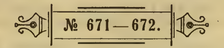
Второй серіи VI-го семестра № 11—12.

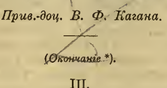
Вѣстникъ Опытной Физики и Элементарной Математики.



№ 671—672.

Введеніе въ ученіе объ основаніяхъ геометріи.

Прив.-доц. В. Ф. Кагана.



(*Окончаніе* *).

III.

§ 9. Нѣкоторыя логическія соображенія.

1. Изложенное въ предыдущихъ параграфахъ ученіе о величинѣ представляетъ собой, быть можетъ, наиболѣе совершенную дедукцію, которой наука располагаетъ. Причина этого коренится въ томъ, что эта небольшая теорія отличается простотой, дающей возможность осуществить въ наибольшей доступной намъ чистотѣ требованія, предъявляемыя къ научной теоріи.

Выше мы уже указывали, что подробное изложеніе ученія о величинѣ имѣетъ здѣсь двоякую цѣль. Во-первыхъ, намъ необходима фактическая сторона теоріи: понятіе о величинѣ играетъ въ построеніи геометріи весьма важную роль, а въ метрической геометріи — даже господствующую роль; установленные здѣсь правильные взгляды на то, что собственно представляетъ собой величина, понадобятся намъ въ

*) См. „Вѣстникъ", № 669—670.

ближайшихъ же главахъ. Во-вторыхъ, мы имѣли въ виду на этомъ простѣйшемъ примѣрѣ выяснить, какъ должна быть построена дедуктивная теорія; это дастъ намъ руководящія идеи для дальнѣйшаго сужденія объ обоснованіи геометріи. Сдѣлаемъ же краткій обзоръ того, какъ построена эта теорія.

2. Въ основѣ всего построенія лежитъ рядъ основныхъ понятій, которыя мы признаемъ за извѣстныя и ясныя намъ. Это суть понятія о комплексѣ или совокупности предметовъ (элементовъ), о соотношеніи между различными элементами, о счетѣ элементовъ (одинъ, два, три, нѣсколько элементовъ). Все это понятія чрезвычайно общаго характера, которыми мы оперируемъ не только въ той теоріи, о которой идетъ рѣчь: врядъ ли можно высказать сужденіе, въ составъ котораго эти основныя понятія такъ или иначе не входили бы.

Выдѣливъ затѣмъ опредѣленный комплексъ, мы стали изучать въ немъ нѣкоторыя особенныя соотношенія, которыя и составили предметъ нашей теоріи. Эти „особенныя" соотношенія должны быть чѣмъ-либо охарактеризованы, должны быть выдѣлены изъ всей безпредѣльной совокупности соотношеній, которыя могутъ связывать элементы комплекса. Эти свойства, характеризующія наши соотношенія, выдѣляющія ихъ изъ всѣхъ возможныхъ соотношеній, „опредѣляющія" ихъ, мы выразили восемью предложеніями, которыя мы назвали постулатами. Выраженныя въ этихъ постулатахъ свойства соотношеній также носятъ очень общій характеръ и не только могутъ находить совмѣстное осуществленіе въ различныхъ комплексахъ, но часто могутъ даже въ одномъ и томъ же комплексѣ осуществляться многообразно. Этими постулатами, такимъ образомъ, устанавливается особая категорія соотношеній. Самое слово „постулатъ" (postulatum) означаетъ „требованіе"; наши постулаты—это тѣ требованія, которымъ должны удовлетворять соотношенія, входящія въ составъ изучаемой группы, подходящія подъ теорію, которую мы имѣемъ въ виду.

3. Чѣмъ руководились мы, выбирая эти требованія, устанавливая эти постулаты? Это подробно было выяснено въ § 2. Насъ привели къ этимъ требованіямъ реальныя представленія, которыя мы связываемъ съ понятіями „равно", „больше", „меньше"; мы отвлекли ихъ отъ этихъ представленій. Но разъ этотъ актъ отвлеченія совершился, разъ эти постулаты установлены, мы можемъ оставить совершенно въ сторонѣ тѣ пути, которые насъ къ этимъ требованіямъ привели. Мы можемъ поставить себѣ задачей изучать ту категорію соотношеній, которая опредѣляется поставленными требованіями (постулатами I—VIII), совершенно независимо отъ того, что насъ къ этимъ требованіямъ привело. Болѣе того, только принявъ эту точку зрѣнія, мы будемъ стоять на совершенно отвлеченной почвѣ и сумѣемъ построить строго дедуктивную теорію; при всякой иной точкѣ зрѣнія въ наши разсужденія необходимо будутъ входить посторонніе элементы, не содержащіеся въ постулатахъ.

Одно только соображеніе здѣсь возникаетъ: совмѣстимы ли тѣ требованія, которыя выражены въ постулатахъ, не содержатъ ли они

противорѣчія? Это первый вопросъ, всегда возникающій въ тѣхъ случаяхъ, когда мы абстрактно устанавливаемъ рядъ предложеній, изъ которыхъ имѣемъ въ виду дѣлать дальнѣйшіе выводы. Этотъ вопросъ былъ подвергнутъ тщательному обсужденію, которое привело насъ къ убѣжденію, что наши постулаты не содержатъ противорѣчія. Доказательство, которое мы привели, опиралось на интуицію, но на своеобразную, такъ сказать, однократную интуицію — повѣрку одной таблицы, представляющую собой элементарный актъ усмотрѣнія сходства или различія символовъ.

4. Убѣдившись въ отсутствіи противорѣчія въ нашей системѣ постулатовъ, мы переходимъ къ тѣмъ выводамъ, которые могутъ быть изъ нихъ сдѣланы; эта совокупность выводовъ и составляетъ теорію, вытекающую изъ постулатовъ (въ нашемъ изложеніи, въ цѣляхъ большей его доступности, эти выводы сдѣланы раньше, нежели разсмотрѣнъ вопросъ объ отсутствіи противорѣчія). Обратимся къ этимъ выводамъ (теоремы I — VIII § 3-го или 4-го). Всматриваясь въ эти предложенія, мы видимъ, что все это суть такъ называемыя условныя или гипотетическія сужденія. Это значитъ: каждое предложеніе состоитъ изъ условія и заключенія; само же предложеніе выражаетъ, что заключеніе имѣетъ мѣсто всякій разъ, какъ осуществляется условіе. Теорема I, 1 § 3-го гласитъ: если имѣетъ мѣсто соотношеніе $A \beta B$, то не имѣетъ мѣста соотношеніе $B \beta A$. Это предложеніе доказано въ п. 2 § 3-го (въ символахъ $>$ и $<$). Вникнемъ глубже въ содержаніе этого предложенія. Оно сводится къ слѣдующему: коль скоро осуществляется соотношеніе $A \beta B$, то не имѣетъ мѣста соотношеніе $B \beta A$. При этомъ подразумѣвается, конечно, что β есть одно изъ трехъ соотношеній, удовлетворяющихъ постулатамъ I — VIII. Если мы это выразимъ явно, то содержаніе нашего предложенія можно будетъ формулировать такъ: всякій разъ, какъ въ нѣкоторомъ комплексѣ устанавливаются соотношенія α, β, γ, удовлетворяющія постулатамъ I — VIII, и имѣетъ мѣсто соотношеніе $A \beta B$, — между этими элементами не имѣетъ мѣста соотношеніе $B \beta A$. Доказательству подлежитъ, слѣдовательно, что совмѣстное существованіе постулатовъ I — VIII и соотношенія $A \beta B$ влечетъ за собой невозможность соотношенія $B \beta A$. Обычное утвержденіе, что предложеніе, скажемъ, I, 1, вытекаетъ изъ постулатовъ сравненія, означаетъ, такимъ образомъ, слѣдующее: если къ постулатамъ сравненія присоединить условіе этого предложенія, то изъ этой совокупности данныхъ вытекаетъ заключеніе доказываемаго предложенія. Итакъ, выводъ дѣлается, собственно, не изъ постулатовъ сравненія, а изъ совокупности постулатовъ сравненія и условія доказываемаго предложенія. Ниже мы прослѣдимъ еще разъ доказательство, и тогда это выступитъ еще явственнѣе.

Но условіе доказываемаго предложенія въ постулаты, конечно, не входитъ; изъ какого же источника оно черпается? Это есть актъ творчества. Актъ творчества въ математикѣ и во всякой дедуктивной системѣ вообще въ томъ именно и заключается, чтобы указать условія, присоединеніе которыхъ къ постулатамъ

приводитъ къ выводамъ, въ томъ или иномъ отношеніи для насъ интереснымъ. Несправедливо, что математика не содержитъ ничего, кромѣ того, что вложено въ ея постулаты. Изъ однихъ постулатовъ нельзя было бы вывести ничего; къ нимъ постоянно присоединяются новыя и новыя условія, которыя даютъ новыя заключенія. Извѣстно, что открытіе планеты Нептунъ было сдѣлано посредствомъ математическаго анализа. Однако, въ постулатахъ, на которыхъ построенъ математическій анализъ, отнюдь не содержится фактъ существованія планеты Нептунъ. Но присоединеніе къ этимъ постулатамъ законовъ механики, тяготѣнія и данныхъ, доставляемыхъ эфемеридами движенія другихъ планетъ, сдѣлало этотъ выводъ неизбѣжнымъ.

5. Обратимся теперь къ доказательству предложенія, на которомъ мы выше остановились.

Согласно сказанному, мы принимаемъ, что соотношенія α, β, γ нѣкотораго комплекса удовлетворяютъ постулатамъ сравненія, и что между элементами A и B имѣется соотношеніе $A\beta B$. Нужно показать, что при этой совокупности заданій не имѣетъ мѣста соотношеніе $B\beta A$.

Доказательство ведется отъ противнаго; принимаемъ, что соотношеніе $B\beta A$ существуетъ совмѣстно съ заданіями теоремы. Послѣ этого мы сопоставляемъ соотношенія

$$A\beta B, \quad B\beta A \tag{1}$$

и замѣчаемъ, что эта комбинація получается изъ комбинаціи

$$A\beta B, \quad B\beta C, \tag{2}$$

составляющей условіе постулата V, путемъ замѣщенія элемента C элементомъ A. Чѣмъ мы этотъ фактъ обнаруживаемъ? Очевидно, исключительно созерцаніемъ. Будутъ ли комбинаціи (1) и (2) написаны, представляемъ ли мы себѣ сосуществованіе этихъ комбинацій только мысленно, все равно — лишь созерцаніе или созерцаніе духовное, т.-е. интуиція, приводитъ насъ къ заключенію, что комбинація (1) получается изъ комбинаціи (2) путемъ замѣщенія элемента C элементомъ A.

Въ процессѣ доказательства мы отсюда заключаемъ, что сосуществованіе соотношеній (1) ведетъ къ соотношенію, которое получается изъ заключенія постулата V ($A\beta C$) путемъ замѣщенія элемента C элементомъ A. Иными словами, сосуществованіе соотношеній (1) влечетъ за собой соотношеніе $A\beta A$. Но утвержденіе, что соотношеніе $A\beta A$ получается изъ соотношенія $A\beta C$ путемъ замѣщенія элемента C элементомъ A, — развѣ не есть интуиція?

Въ дальнѣйшемъ доказательство заключается въ томъ, что, въ силу постулата VIII, имѣетъ мѣсто соотношеніе $A\alpha A$, которое, въ виду постулата II, несовмѣстимо съ соотношеніемъ $A\beta A$. (Въ условіи и заключеніи постулата II при этомъ снова приходится сдѣлать замѣщеніе элемента B элементомъ A).

Мы вновь разсмотрѣли здѣсь это доказательство, чтобы показать, что самая строгая дедукція несвободна отъ созерцанія — непосредственнаго или духовнаго, умственнаго, т.-е. отъ интуиціи. Здѣсь эта

интуиція заключается въ констатированіи сосуществованія извѣстныхъ соотношеній и въ производствѣ замѣщеній элементовъ въ этихъ соотношеніяхъ. Вмѣстѣ съ тѣмъ становится яснымъ, что тѣ интуитивные пріемы, которыми мы пользовались при доказательствѣ отсутствія противорѣчія и независимости постулатовъ, не идутъ далѣе той интуиціи, безъ которой не обходится ни одна дедукція. Эти доказательства, такимъ образомъ, не менѣе убѣдительны, чѣмъ самая строгая дедукція, какая только намъ доступна.

6. Мы видимъ, такимъ образомъ, что и наиболѣе строгая дедукція всегда исходитъ изъ такого ряда понятій, которыя признаются извѣстными, ясными, — изъ понятій, которыя не поддаются дальнѣйшему расчлененію или выясненію. Но, когда мы признаемъ то или иное понятіе основнымъ, дальнѣйшему расчлененію и выясненію не подлежащимъ, то это значитъ, что мы оставляемъ не выясненными или, по крайней мѣрѣ, явно не выраженными тѣ свойства этихъ понятій, которыми мы пользуемся. Оно, конечно, иначе и не можетъ быть: процессы расчлененія и опредѣленія всегда сводятъ одни понятія къ другимъ, болѣе простымъ; если эти понятія поддаются еще расчлененію, то мы приходимъ къ еще болѣе элементарнымъ понятіямъ; но остановиться въ этомъ процессѣ мы неизбѣжно должны, и потому мы неизбѣжно будемъ исходить изъ понятій, которыя приняты, какъ ясныя и извѣстныя намъ.

Но, съ другой стороны, требованіе строгаго логическаго обоснованія той или иной дисциплины въ томъ именно и заключается, чтобы ни одно свойство входящихъ въ эту дисциплину понятій не осталось неоговореннымъ: иначе намъ придется дѣлать выводы, не имѣя необходимыхъ посылокъ. Гдѣ же исходъ изъ этой логической коллизіи.

Если мы, желая обосновать какую-нибудь дисциплину, сведемъ ея понятія къ понятіямъ болѣе общимъ, т. е. къ такимъ понятіямъ, которыя свойственны не этой только дисциплинѣ, а обнимаютъ гораздо болѣе широкую область, съ которыми мы встрѣчаемся и которыми пользуемся не только здѣсь, не только въ этой научной отрасли, но и при всякомъ научномъ мышленіи вообще, то наша цѣль по отношенію къ нашей частной дисциплинѣ будетъ достигнута; эта дисциплина будетъ обоснована въ томъ смыслѣ, что всѣ понятія, спеціально этой дисциплинѣ принадлежащія, будутъ сведены къ понятіямъ болѣе общимъ; и если какія-либо свойства понятій, которыми мы оперируемъ, останутся не оговоренными, то это можетъ имѣть мѣсто только относительно понятій, имѣющихъ гораздо большую общность, чѣмъ тѣ, которыя мы собственно имѣемъ въ виду развить.

Конечно, когда это будетъ сдѣлано, можно поставить себѣ цѣлью пойти въ этомъ процессѣ дальше и свести тѣ понятія, на которыхъ мы остановились, къ понятіямъ еще болѣе общимъ. Но это будетъ уже не обоснованіе прежней частной дисциплины, это будетъ болѣе широкая задача, развитію которой нѣтъ предѣла, ибо нѣтъ предѣла углубленію логическаго анализа.

Чѣмъ шире тѣ понятія, изученіе которыхъ составляетъ предметъ нѣкоторой дисциплины, тѣмъ труднѣе научно эту дисциплину обосно-

вать, ибо трудно указать болѣе общія понятія, къ которымъ ихъ можно было бы свести. Именно поэтому такъ трудно обосновать ученіе о цѣлыхъ числахъ: трудно указать какое бы то ни было сужденіе, которое въ простѣйшемъ видѣ не включало бы уже идеи о счетѣ. Несомнѣнно, именно поэтому такъ ограничены успѣхи логики, несмотря на многовѣковую исторію этой науки.

7. Но положимъ, что формулированная сейчасъ задача для той или иной дисциплины разрѣшена. Что можетъ дать намъ увѣренность въ томъ, что мы дѣйствительно вышли за предѣлы трактуемой дисциплины и свели ее къ понятіямъ болѣе общимъ.

Если мы захотимъ найти для этого признаки, необходимые и достаточные, то задача, вѣроятно, будетъ очень трудна; но слѣдующія соображенія даютъ для этого условія достаточныя и, насколько намъ извѣстно, единственныя, приводившія къ цѣли.

Всякая абстрактная теорія представляетъ собой отвлеченіе тѣхъ или иныхъ свойствъ и соотношеній отъ извѣстныхъ объектовъ и образовъ. Первое требованіе, которое должно быть предъявлено къ формальной теоріи этихъ соотношеній, естественно заключается въ томъ, чтобы эти соотношенія и образы подходили подъ эту теорію. Это значитъ, что предложенія нашей теоріи должны выражать дѣйствительныя свойства нашихъ образовъ и ихъ соотношеній, если мы подъ терминами теоріи будемъ разумѣть соотвѣтствующіе образы и соотношенія разсматриваемой категоріи. Наша совокупность объектовъ представляетъ собой тогда, какъ говорятъ, нѣкоторое осуществленіе этой теоріи.

Но если теорія построена такъ, что подъ нее подходитъ не одна только эта категорія объектовъ и образовъ, что она можетъ имѣть не только эти, но и другія, совершенно отличныя отъ этой, формы осуществленія, то мы можемъ быть увѣрены, что наша теорія основана на понятіяхъ, не связанныхъ неразрывно съ исходной дисциплиной, а имѣющихъ болѣе общій характеръ.

Совершенно то же относится и къ интуиціи. Бываетъ интуиція, такъ сказать, специфическая, частная, основанная на нашихъ представленіяхъ о тѣхъ образахъ, теорія которыхъ разрабатывается; бываетъ интуиція общая, которая входитъ, какъ мы это старались выяснить, во всякое наше разсужденіе, — безъ которой никакое разсужденіе, строго говоря, вовсе не можетъ осуществляться.

Конечно, указать границы, гдѣ кончается интуиція перваго рода и начинается интуиція второго рода, — въ особенности, дать общее разграниченіе для всевозможныхъ дисциплинъ — невозможно. Но существенно то, что для нѣкоторыхъ дисциплинъ это различеніе не вызываетъ разногласій. Другими словами, теоріи нѣкоторыхъ дисциплинъ уже удалось построить такъ, что тѣ интуитивные элементы, которые въ нихъ сохранились, явно и согласно признаются падающими далеко за предѣлы частныхъ рамокъ этихъ дисциплинъ: онѣ представляютъ собой ингредіенты, если не всякаго нашего сужденія, то во всякомъ случаѣ сужденій неизмѣримо болѣе общаго характера. Достаточно сравнить тѣ разсужденія, которыя можно найти о понятіяхъ „величина", „равно", „больше", „меньше" въ обычныхъ учебникахъ ариѳметики, съ теоріей,

изложенной въ предыдущихъ параграфахъ, — чтобы видѣть, какая въ этомъ отношеніи возможна коренная разница.

Если же въ той или иной дисциплинѣ эти границы еще не поддаются столь отчетливому различенію, если какая-либо теорія въ этомъ отношеніи вызываетъ разногласіе, то это обусловливается либо тѣмъ, что теорія не даетъ удовлетворительнаго рѣшенія поставленной задачи, либо тѣмъ, что дисциплина не укладывается еще въ формально-дедуктивную схему.

§ 10. Современная постановка задачи объ обоснованіи геометріи.

1. Теперь становится понятнымъ, почему многочисленныя попытки обосновать формально геометрію, установить исходныя ея понятія и постулаты такъ долго не имѣли успѣха. Авторы различныхъ трактатовъ не дѣлали даже попытки свести геометрическія понятія къ идеямъ болѣе общимъ: одни исходили отъ однихъ чисто геометрическихъ понятій (т. е. признавали одни геометрическія понятія за основныя, не подлежащія дальнѣйшему опредѣленію), — другіе исходили отъ другихъ. Но такъ какъ и тѣ и другіе при обоснованіи геометріи исходили отъ геометрическихъ понятій, оставляя невыясненными тѣ именно свойства этихъ понятій, которыя характерны для геометріи и необходимы для дедукціи, то и тѣ и другіе вращались въ кругѣ, и дѣло мало подвигалось впередъ.

Переходъ къ новымъ идеямъ въ этомъ направленіи совершился двумя путями; быть можетъ, будетъ правильно сказать, что одинъ путь былъ эволюціонный, а другой — революціонный.

2. Эволюціонный путь заключался въ томъ, что въ процессѣ постояннаго анализа началъ, въ горнилѣ постоянной критики появлявшихся системъ постепенно уяснялись слабыя стороны попытокъ обоснованія геометріи; слагалось убѣжденіе, что нужно стать на иную точку зрѣнія, что нельзя обосновывать геометрію геометріей; медленно и неясно вырисовывалась возможность иной точки зрѣнія.

Путь революціонный знаменуетъ первую половину истекшаго столѣтія. Около **30-ыхъ** годовъ XIX-го столѣтія въ поискахъ доказательства знаменитаго постулата Евклида о параллельныхъ линіяхъ Лобачевскій, Больэ и Гауссъ почти одновременно построили математическую теорію, по предмету и строенію своему вполнѣ аналогичную геометріи, но существенно отличающуюся отъ нея по содержанію своихъ предложеній. Эта замѣчательная теорія получила названіе „неевклидовой геометріи". Предметомъ этой геометріи, какъ и въ обыкновенной геометріи, являются пространственные образы; болѣе того, самое построеніе не лишено интуиціи: творцы неевклидовой геометріи при построеніи этой системы руководились интуиціей въ той же мѣрѣ, въ какой мы это обыкновенно дѣлаемъ, когда ведемъ геометрическое доказательство отъ противнаго. И подобно тому, какъ это обыкновенно бываетъ при доказательствахъ отъ противнаго, выводы не согласовались съ нашими представленіями о тѣхъ образахъ, къ которымъ они относятся. Но въ то время, какъ при доказатель-

ствахъ отъ противнаго это несогласіе обыкновенно приводитъ къ логическому противорѣчію выводовъ, здѣсь такого противорѣчія не оказалось; напротивъ того, чѣмъ дальше шли эти выводы, тѣмъ больше они поражали своей логической послѣдовательностью и своеобразной цѣльностью. Въ исторіи науки впервые появилась математически строгая формальная система, которую нельзя было назвать „абстрактной" въ истинномъ значеніи этого слова: эта отвлеченная теорія ни отъ чего не была отвлечена; она не только не была списана съ пространственныхъ образовъ, а, напротивъ того, находилась въ полномъ противорѣчіи съ нашими представленіями о тѣхъ образахъ, къ которымъ она должна была относиться. Это противорѣчіе и вызвало цѣлую бурю. Одни совершенно отрицали неевклидову геометрію, считая ее нелѣпостью; но это были, большею частью, люди, не задавшіе себѣ труда основательно съ нею познакомиться. Другіе считали возможнымъ подвергнуть сомнѣнію евклидову геометрію, но, конечно, вызвали этимъ только насмѣшки и раздраженіе. Третьи откровенно высказывали свое недоумѣніе передъ этой своеобразной quasi-геометріей; но большинство математиковъ о ней вовсе ничего не знало.

3. Между тѣмъ столь же неожиданно, какъ была открыта неевклидова геометрія, почти черезъ полъ-столѣтія послѣ этого, было сдѣлано другое открытіе: была найдена совокупность образовъ, къ которымъ эта формальная система примѣнялась, на которыхъ она получала осуществленіе подобно тому, какъ обыкновенная геометрія получаетъ осуществленіе на обычныхъ пространственныхъ образахъ. Какъ всегда, было трудно сдѣлать только первый шагъ: когда была найдена первая интерпретація неевклидовой геометріи, указанная Бельтрами, то за нею послѣдовали и другія системы осуществленія этой формальной теоріи (Кели, Клейнъ, Пуанкаре). Всѣ эти осуществленія неевклидовой геометріи заключались въ томъ, что предложенія ея оказывались справедливыми, если подъ терминами ея разумѣть надлежащимъ образомъ выбранные образы обыкновенной геометріи, хотя не тѣ, которые подъ ними разумѣютъ обыкновенно. Такъ, напримѣръ, интерпретація Пуанкаре заключается въ томъ, что всѣ предложенія неевклидовой геометріи оказываются справедливыми, если подъ „прямыми" разумѣть надлежащимъ образомъ выбранныя окружности, подъ „плоскостями" разумѣть нѣкоторыя сферы и т. д.

Но когда было обнаружено, что неевклидова геометрія допускаетъ разнообразныя интерпретаціи, то естественно возникла мысль, нельзя ли и для обыкновенной евклидовой геометріи найти различныя формы осуществленія. Это была одна изъ тѣхъ идей, которыя нелегко уяснить себѣ, но которыя, усвоивши ихъ, уже не такъ трудно осуществить. Самыя интерпретаціи неевклидовой геометріи наводили на соотвѣтствующія интерпретаціи евклидовой геометріи, и таковыя скоро посыпались, какъ изъ рога изобилія.

Теперь стало ясно, что наша геометрія не связана неразрывно съ тѣми пространственными образами, съ которыми мы привыкли ее соединять; что она только, такъ сказать, списана съ этихъ образовъ, а въ дѣйствительности имѣетъ гораздо болѣе общій характеръ. Вмѣ-

стѣ съ тѣмъ стало ясно, какъ нужно строить геометрію, если мы хотимъ дѣйствительно претворить ее въ формальную систему. Для этого нужно исходить не отъ геометрическихъ понятій, не строить геометрію при помощи геометріи, а взять за точку отправленія гораздо болѣе общія понятія.

4. Подобно тому, какъ при построеніи понятія о величинѣ мы исходили отъ нѣкотораго комплекса объектовъ, устанавливали въ немъ извѣстныя соотношенія и надлежащимъ выборомъ этихъ соотношеній претворяли комплексъ въ величину, мы и здѣсь должны въ основаніе положить нѣкоторый комплексъ объектовъ; и здѣсь эти объекты опредѣленнымъ образомъ ассоціируются, соединяются въ опредѣленныя группы, связываются опредѣленнаго рода соотношеніями. Но соотношенія эти, конечно, иного характера, они удовлетворяютъ инымъ требованіямъ. Эти требованія суть постулаты геометріи; установивъ въ комплексѣ соотношенія, удовлетворяющія этимъ требованіямъ, мы претворяемъ комплексъ въ „пространство", а теорія этихъ соотношеній представляетъ собой геометрію. Но, поставивъ рядъ требованій, мы должны прежде всего доказать, что они не содержатъ противорѣчія. Вслѣдъ за этимъ, если не безусловно необходимо, то, во всякомъ случаѣ, весьма желательно обнаружить, что эти постулаты независимы другъ отъ друга. Послѣ этого остается развить изъ этого матеріала геометрію въ томъ смыслѣ, какъ это было выяснено выше. Въ п. 11 § 8-го было выяснено, что такого рода задача можетъ быть выполнена многообразно. Въ настоящее время дѣйствительно предложено нѣсколько системъ обоснованія геометріи въ этомъ новомъ порядкѣ идей; сюда относятся работы Піери, Веронезе, Гильберта, Пеано, Леви-Чивита, а также пишущаго настоящія строки. Исходными понятіями во всѣхъ этихъ системахъ служатъ: комплексъ, элементы комплекса, количество элементовъ, соотношенія, сопряженія, принадлежность и непринадлежность элемента комплексу и, быть можетъ, нѣкоторыя другія, столь же общаго характера; метрическія геометріи предполагаютъ ученіе о величинѣ и о числѣ, не только какъ о количествѣ элементовъ комплекса, но во всемъ его объемѣ (разумѣя подъ этимъ ученіе о вещественомъ числѣ). Между элементами комплекса устанавливаются особыя соотношенія и сопряженія, свойства которыхъ выражаются опредѣленіями и постулатами; доказывается отсутствіе въ этихъ постулатахъ противорѣчія, а также ихъ независимость; изъ этихъ постулатовъ разматывается формальная теорія — геометрія.

5. Что эти сочиненія дѣйствительно даютъ дедуктивное построеніе геометріи на совершенно иныхъ началахъ, кореннымъ образомъ отличающихся отъ старыхъ попытокъ обоснованія геометріи, это въ литературѣ признается всѣми; въ обширной критической литературѣ обсуждаются вопросы пріоритета, оспаривается цѣлесообразность того или иного постулата; но всѣми признается, что Піери, Гильбертъ и ихъ школа поставили вопросъ объ обоснованіи геометріи на новую почву, и что задача въ смыслѣ сведенія геометріи къ понятіямъ болѣе общаго характера разрѣшена.

Менѣе согласны взгляды о независимости постулатовъ въ предлагаемыхъ системахъ; нѣкоторые авторы даже совершенно отрицаютъ правильность самой постановки этого вопроса. И дѣйствительно, логическая сторона вопроса — при тщательномъ анализѣ — представляетъ большія трудности. Мы предпочитаемъ, однако, отнести обсужденіе этихъ глубоко отвлеченныхъ вопросовъ къ самому концу сочиненія.

§ 11. Планъ настоящаго сочиненія.

1. Цѣль заканчивающагося здѣсь перваго отдѣла настоящаго сочиненія заключалась въ томъ, чтобы въ общихъ чертахъ выяснить современную постановку вопроса объ обоснованіи геометріи и тѣмъ дать читателю руководящую нить, съ помощью которой онъ оріентировался бы во всемъ, довольно обширномъ, сочиненіи. Вопросы, подлежавшіе обсужденію, принадлежатъ, такимъ образомъ, къ числу тѣхъ, которые лежатъ на рубежѣ логики и геометріи. Обсужденіе этихъ вопросовъ съ точки зрѣнія чистой логики отвлекло бы насъ очень далеко отъ геометріи. Мы старались поэтому выяснить здѣсь постановку вопроса, главнымъ образомъ, на примѣрѣ и съ этой цѣлью очень подробно изложили ученіе о величинѣ въ современномъ обоснованіи: это казалось намъ тѣмъ болѣе цѣлесообразнымъ, что и самое содержаніе теоріи будетъ намъ необходимо въ дальнѣйшемъ изложеніи уже съ первыхъ шаговъ. Въ этой небольшой теоріи, какъ въ зеркалѣ, отражается какъ самая постановка задачи объ обоснованіи математическихъ дисциплинъ, такъ и связанныя съ нею логическія трудности. Мы очень хорошо понимаемъ, что общія разсужденія, высказанныя здѣсь по поводу теоріи и въ разъясненіе теоріи, могли еще остаться читателю недостаточно ясными въ однихъ своихъ частяхъ, могли вызвать сомнѣнія въ другихъ частяхъ. Но мы повторяемъ, цѣль настоящаго отдѣла заключалась лишь въ томъ, чтобы дать читателю общія руководящія идеи, подробное выясненіе которыхъ составляетъ предметъ и задачу всего сочиненія.

2. Согласно выясненной выше постановкѣ задачи, все сочиненіе разбивается на двѣ части: первая часть содержитъ изложеніе идей, приведшихъ къ современной постановкѣ вопроса въ ходѣ историческаго развитія его; вторая часть содержитъ систематическое построеніе геометріи на новыхъ началахъ.

Въ первой части за настоящимъ вступительнымъ отдѣломъ слѣдуетъ изложеніе классическихъ попытокъ обоснованія геометріи въ древнее и новое время, критическій разборъ этихъ попытокъ и развитіе идей, приведшихъ къ открытію неевклидовой геометріи (отдѣлъ II). Изложенію самой неевклидовой геометріи посвященъ третій, наиболѣе важный, отдѣлъ книги. Слѣдующіе два отдѣла посвящены различнымъ формамъ осуществленія неевклидовой геометріи. По существу, эти формы осуществленія распадаются на два типа: интерпретаціи геометрическія и интерпретаціи числовыя; интерпретаціи перваго свойства составляютъ содержаніе „геометріи фигуръ" (отдѣлъ IV), интерпретаціямъ второго типа посвящена „геометрія чиселъ" (отдѣлъ V). Въ

VI отдѣлѣ мы разбираемъ рядъ частныхъ вопросовъ, выясненіе которыхъ необходимо для построенія геометріи. Наконецъ, дополненія содержатъ нѣкоторые относящіеся сюда же вопросы, выходящіе за предѣлы элементарной математики, въ возможно болѣе доступномъ изложеніи.

Вторая часть, какъ уже сказано, содержитъ изложеніе системы геометріи. Постулаты вводятся постепенно, каждый въ томъ мѣстѣ, гдѣ онъ оказывается необходимымъ. Изъ нихъ выводится основной геометрическій матеріалъ; мы предполагаемъ, что вывести въ томъ же порядкѣ идей другія предложенія геометріи уже не составитъ затрудненія для читателя, усвоившаго эту систему. Многое можно, впрочемъ, найти въ моемъ сочиненіи „Основанія геометріи".

Наконецъ, заключительный отдѣлъ второй части содержитъ доказательство отсутствія противорѣчія въ системѣ постулатовъ и касается вопроса объ ихъ независимости. Полное доказательство независимости постулатовъ потребовало бы слишкомъ обширныхъ аналитическихъ разсужденій, которыя читатель также можетъ найти въ упомянутомъ выше сочиненіи. Наконецъ, здѣсь же мы, попутно, касаемся цѣлаго ряда логическихъ вопросовъ, въ томъ числѣ и тѣхъ затрудненій, которыя возникаютъ при доказательствѣ независимости постулатовъ.

Новыя звѣзды и строеніе вселенной.

Т. Морё.

Съ тѣхъ поръ, какъ люди наблюдаютъ сводъ небесный, ни одинъ вопросъ, кажется, не привлекалъ астронома-физика въ такой мѣрѣ, какъ проблема о такъ называемыхъ novae.

Если ограничиться опредѣленіемъ, заключающимся въ самомъ словѣ nova, то слѣдуетъ, повидимому, допустить, что въ извѣстныя эпохи внезапно изъ глубинъ небеснаго свода появляются звѣзды, бывшія дотолѣ неизвѣстными.

По словамъ легенды, трудно поддающейся провѣркѣ, своимъ призваніемъ астронома великій Гиппархъ обязанъ именно появленію такой новой звѣзды. Дѣйствительно, въ 134 году до Р. Х. новая звѣзда первой величины заблистала въ созвѣздіи Скорпіона: ученый тотчасъ же взялся за составленіе каталога звѣздъ, видимыхъ невооруженнымъ глазомъ подъ небомъ Виѳиніи. Съ тѣхъ поръ — и это, безъ сомнѣнія, имѣлъ въ виду Гиппархъ — не могло, повидимому, возникнуть никакихъ споровъ по поводу того, какія изъ звѣздъ относятся къ числу novae.

А между тѣмъ примѣненіе фотографическаго метода къ статистикѣ солнцъ мірового пространства указало впослѣдствіи, что терминъ „новая звѣзда" является, на самомъ дѣлѣ, довольно-таки неподходящимъ.

Нѣкоторыя novae существовали, безъ сомнѣнія, еще до того, какъ ихъ блескъ привлекъ къ нимъ вниманіе наблюдателей. Звѣзда, появившаяся въ созвѣздіи Близнецовъ 12 марта 1912 года, величину которой въ день ея открытія Энебо (Enebo) выразилъ числомъ 4,3, могла быть почти съ полной увѣ-

ренностью отождествлена со звѣздой слабой яркости, 15-ой величины, замѣтной на клише, полученныхъ въ 1909 году, т. е. за три года до ея „появленія“.

Точно такъ же nova Сѣвернаго Вѣнца, которая въ день ея открытія, 12 мая 1866 года, была звѣздой второй величины, точно совпала со звѣздою величины 9,5, которую Шёнфельдъ (Schoenfeld) еще раньше помѣстилъ въ каталогѣ „Bonn Durchmusterung“.

Но наряду съ этими примѣрами, которые можно было бы привести въ еще большемъ количествѣ, мы, съ другой стороны, можемъ отмѣтить звѣзды, которыя кажутся намъ, по образному выраженію миссъ Клеркъ (Clerke), настоящими „выскочками“. Примѣромъ можетъ служить nova созвѣздія Лебедя, открытая 24 ноября 1876 г. Шмидтомъ (Schmidt) въ Аѳинахъ; въ отмѣченномъ для нея мѣстѣ нельзя было подыскать ни одной изъ прежде извѣстныхъ звѣздъ какой бы то ни было величины.

Подобнаго рода факты именно потому, что они носятъ отрицательный характеръ, не даютъ возможности разъ навсегда рѣшить вопросъ о томъ, могутъ ли небесныя тѣла неожиданно появляться въ мѣстахъ, гдѣ до того не было ничего.

Къ счастью, идеи объ образованіи вселенной и о происхожденіи солнцъ подвинулись значительно впередъ со временъ Тихо. Многіе астрономы XVI-го столѣтія охотно допускали, что novae возникаютъ благодаря агломераціи матеріи, разсѣянной въ межзвѣздномъ пространствѣ; согласно этому взгляду, въ нѣкоторыхъ случаяхъ мы имѣемъ дѣло съ настоящимъ новымъ твореніемъ.

Эти новаторы, слишкомъ смѣлые для своей эпохи, встрѣчали противодѣйствіе со стороны всѣхъ тѣхъ ученыхъ, которые, придерживаясь традиціи, сохраняли древнюю вѣру въ неизмѣняемость небесъ. По мнѣнію послѣднихъ, міръ, безъ всякаго сомнѣнія, былъ созданъ сразу и притомъ вполнѣ совершеннымъ; первоначальный планъ не могъ подвергнуться впослѣдствіи никакой эволюціи. Появленіе novae, говорили они, объясняется внезапнымъ приближеніемъ звѣзды, а быстрое уменьшеніе въ яркости — не менѣе внезапнымъ ея удаленіемъ. Однако, измѣренія параллакса и разстояній звѣздъ заставили отнести подобныя дѣтскія гипотезы къ области фантазій.

Другіе полагали, что новая звѣзда существовала и раньше на томъ самомъ мѣстѣ, гдѣ она появилась. Какая-то небесная сфера, въ родѣ пиѳагорейскихъ хрустальныхъ сферъ, подобно вращающемуся маяку, становится между землей и звѣздой своей болѣе плотной частью — чѣмъ-то, напоминающимъ чечевицу; отсюда внезапное и притомъ временное увеличеніе яркости звѣзды, принимаемой за новую.

Нѣкоторые ученые, болѣе одаренные воображеніемъ, допускали, что нѣкоторыя звѣзды обладаютъ неодинаковымъ блескомъ въ различныхъ частяхъ своей поверхности. „Когда Богу угодно показать людямъ какія-либо необычайныя знаменія“, — пишетъ П. Риччіоли (Riccioli), — „Онъ заставляетъ такую звѣзду внезапно повернуться вокругъ своего центра; благодаря такого рода вращенію, звѣзда, которая только-что казалась намъ очень яркой, затѣмъ, подобно лунѣ, скрывается отъ нашихъ взоровъ, въ однихъ случаяхъ внезапно, а въ другихъ — только постепенно, въ зависимости отъ условій своего движенія“.

Эти объясненія, какими бы дѣтскими ни представлялись они намъ въ настоящее время, свидѣтельствуютъ все-таки о заботливомъ стараніи объяснить всѣ малѣйшія особенности появленія novae. Дѣйствительно, яркость этихъ удивительныхъ звѣздъ увеличивается быстро, такъ что въ нѣсколько часовъ или

дней онѣ достигаютъ величины большихъ звѣздъ, но эта яркость всегда имѣетъ только временный характеръ. Вслѣдствіе этого астрономы помѣстили novae въ классъ не-періодическихъ перемѣнныхъ звѣздъ подъ названіемъ временныхъ звѣздъ.

Слѣдуетъ отмѣтить, что этотъ послѣдній терминъ не имѣетъ бо́льшаго права на существованіе, чѣмъ терминъ „новая звѣзда". Дѣйствительно, до примѣненія телескопа на novae смотрѣли, какъ на совершенно новыя образованія; подобно этому впослѣдствіи стали представлять себѣ, будто эти звѣзды исчезаютъ, „проживши срокъ, слишкомъ краткій для человѣка, а тѣмъ болѣе слишкомъ недостаточный для звѣзды". С. Ньюкомъ (S. Newkomb), у котораго я заимствую эти слова, тутъ же добавляетъ: „Едва ли нужно прибавлять, что подобная гипотеза не можетъ найти себѣ мѣста въ современной наукѣ".

Въ дѣйствительности дѣло происходитъ такъ, что послѣ періода большой яркости, длящагося нѣсколько недѣль или даже мѣсяцевъ, novae медленно возвращаются къ своей первоначальной величинѣ; если же нѣкоторыя изъ нихъ исчезаютъ окончательно, то это можно объяснить просто тѣмъ, что яркость ихъ падаетъ ниже границы чувствительности нашей сѣтчатки или фотографической пластинки.

Итакъ, до пріобрѣтенія нами болѣе обширныхъ свѣдѣній, мы можемъ допустить, что nova — это такая звѣзда, которая усиливаетъ свою яркость въ весьма сильной степени одинъ разъ за періодъ своего существованія, — поскольку мы въ состояніи это констатировать, — а затѣмъ возвращается къ своему первоначальному состоянію, которое она въ дальнѣйшемъ сохраняетъ безъ значительныхъ колебаній.

Соотвѣтствуетъ ли это опредѣленіе всѣмъ возможнымъ случаямъ? На этотъ вопросъ мы не можемъ дать отвѣта. Дѣло въ томъ, что изъ тридцати „новыхъ" звѣздъ, отнесенныхъ къ этому классу уже въ историческія времена, нѣкоторыя возбуждаютъ сомнѣнія; тѣ звѣзды, которыя изучались лишь при помощи зрѣнія, не могутъ дать достаточно матеріала для какихъ-либо выводовъ. Остается всего около пятнадцати случаевъ, хорошо изученныхъ при помощи спектроскопа или фотографіи; они-то и представляютъ собою тотъ бѣдный матеріалъ, на которомъ приходится строить свои теоріи.

* * *

Всѣ взгляды, существующіе въ настоящее время относительно природы звѣздъ типа novae, распадаются на двѣ главныя группы, изъ которыхъ одна составляетъ гипотезу столкновенія, а другая — гипотезу взрыва.

Обѣ эти гипотезы, въ томъ или иномъ отношеніи, соприкасаются съ самыми смѣлыми взглядами на образованіе міровъ и строеніе вселенной.

Съ этой точки зрѣнія онѣ затрагиваютъ до нѣкоторой степени космогоническіе вопросы. Въ этомъ духѣ я и намѣреваюсь вести свое изложеніе. Настоящая статья имѣетъ въ виду лишь дать краткую сводку возможныхъ рѣшеній проблемы, которая отличается крайней сложностью и для разрѣшенія которой мы къ тому же располагаемъ лишь мало изученными и недостаточными данными.

Всѣ изслѣдованія относительно распредѣленія звѣздъ въ небесномъ пространствѣ, производившіяся со временъ Уильяма Гершеля (William Herchel) до нашихъ дней, приводятъ къ слѣдующему довольно простому закону: густота

звѣздъ увеличивается по направленію отъ полюсовъ Млечнаго Пути къ его серединной плоскости.

Такимъ образомъ, наша вселенная—по крайней мѣрѣ, поскольку она доступна нашему инструментальному изслѣдованію, —не представляетъ собою въ точности плоскаго диска, какъ это предполагалъ Гершель, но имѣетъ по своей формѣ нѣкоторое сходство съ двояковыпуклой чечевицей.

Однако, внутри этого сильно сплюснутаго эллипсоида звѣзды распредѣлены далеко не равномѣрно. Будучи сравнительно незначительной въ центрѣ, густота звѣздъ увеличивается по направленію къ краямъ чечевицы, такъ что въ конечномъ счетѣ Млечный Путь можно себѣ представить въ видѣ кольца со среднимъ діаметромъ въ двѣ или три тысячи свѣто-лѣтъ *), или чѣмъ-то въ родѣ болѣе или менѣе правильнаго тора, цѣликомъ наполненнаго звѣздами.

Но это еще не все; Истонъ (Easton) въ послѣднее время показалъ, что внѣшній видъ Млечнаго Пути согласуется съ предположеніемъ о спиральномъ расположеніи звѣздъ внутри нашей вселенной. Этотъ астрономъ полагаетъ, что обороты спирали сходятся по направленію къ срединѣ чечевицы. Однако, по моему мнѣнію, все говоритъ за то, что спираль эта состоитъ изъ вѣтвей, не сходящихся къ одному центру. Согласно этой гипотезѣ, наружное кольцо производитъ мощное притягательное дѣйствіе на звѣзды, болѣе близкія къ центру, такъ что Млечный Путь долженъ представлять собой общій конечный этапъ, куда стекаются отдѣльные члены большихъ звѣздныхъ потоковъ. Мало-по-малу всѣ доступныя нашему зрѣнію звѣзды должны стремиться къ краямъ того скопленія, въ составъ котораго входитъ и наша солнечная система.

Можетъ быть, именно здѣсь слѣдуетъ искать объясненія явленія, констатированнаго Каптейномъ (Kapteyn), а также явленія двойного потока звѣздъ.

Какъ бы тамъ ни было, моя теорія даетъ гипотезѣ столкновенія такую опору, о какой раньше нельзя было и думать.

Извѣстно, что большинство novae появляется внутри Млечнаго Пути или у его краевъ, т. е. въ тѣхъ мѣстахъ неба, гдѣ густота звѣздъ наиболѣе велика. Этотъ фактъ, который имѣетъ мало исключеній, находитъ себѣ, какъ полагаютъ приверженцы гипотезы столкновенія, очень хорошее объясненіе въ томъ, что въ центрѣ вселенной звѣзды очень удалены одна отъ другой, такъ что здѣсь столкновенія между еще свѣтящимися или уже потухшими звѣздами мало вѣроятны.

Возьмемъ, напримѣръ, наше солнце. Мы движемся вмѣстѣ съ нимъ со скоростью приблизительно 20 *км.* въ секунду. Если мы примемъ, что окружающія насъ звѣзды находятся одна отъ другой, въ среднемъ, на разстояніи 10 свѣто-лѣтъ, то столкновеніе съ одной изъ этихъ звѣздъ будетъ возможно, согласно Аррениусу (Arrhénius), только къ концу періода въ 100000 милліардовъ лѣтъ.

Допустимъ даже, что эти цифры очень спорны; но все же ясно, что, если бы солнце двигалось по звѣздному пространству, во сто разъ болѣе густому, то встрѣча съ другими звѣздами происходила бы чаще; для того, чтобы при этихъ условіяхъ произошло столкновеніе, было бы даже достаточно 1000 милліардовъ лѣтъ.

---

*) Свѣто-годъ—единица измѣренія въ звѣздной астрономіи; это длина пути, пробѣгаемаго лучемъ свѣта въ теченіе года; она равна приблизительно 10 милліардамъ километровъ.

Новѣйшія клише Млечнаго Пути показываютъ ясно, что густота небесныхъ пространствъ, безъ сомнѣнія, гораздо болѣе значительна въ областяхъ, смежныхъ съ срединной плоскостью, и вблизи вышеупомянутаго звѣзднаго кольца, чѣмъ въ центральныхъ частяхъ, гдѣ находится въ настоящее время наша солнечная система.

Густота эта еще больше возрастаетъ въ виду того, что въ мiровомъ пространствѣ въ большомъ количествѣ движутся потухшія звѣзды; правда, прямо констатировать этотъ фактъ нельзя, но онъ въ высшей степени вѣроятенъ.

Такимъ образомъ, у краевъ кольца Млечнаго Пути встрѣчи между звѣздами должны уже a priori быть весьма частыми; этотъ выводъ вполнѣ согласуется съ фактомъ появленія въ этихъ мѣстахъ „новыхъ" звѣздъ.

Разъ мы приняли извѣстный принципъ, то намъ слѣдуетъ еще остановиться на механизмѣ, который приводитъ къ наблюдающимся въ дѣйствительности результатамъ. Мы можемъ предположить, что встрѣча произойдетъ между двумя солнцами, слишкомъ мало яркими, чтобы до столкновенія могли ихъ видѣть; столкновеніе, которое ихъ сольетъ вмѣстѣ, создастъ новую звѣзду, температура которой будетъ значительно выше, чѣмъ первоначальныя ихъ температуры. Возможенъ и такой случай, что столкновеніе произойдетъ между потухающимъ солнцемъ и темной звѣздой, давно уже движущейся по холоднымъ пустынямъ межзвѣзднаго пространства въ уже потухшемъ состояніи. Можно также предположить, что обѣ звѣзды только слегка задѣнутъ одна другую; это повлечетъ за собою взаимодѣйствіе внутреннихъ газовъ, который пробудитъ ихъ заснувшія на-время силы, отчего каждая изъ нихъ опять пріобрѣтетъ активность. Наконецъ, можно себѣ представить, что, подъ вліяніемъ взаимнаго притяженія, траекторіи обѣихъ звѣздъ измѣнятся, при чемъ разстояніе между ними уменьшится; въ виду этого на ихъ поверхностяхъ произойдутъ страшные приливы, послѣ чего онѣ будутъ продолжать свой далекій путь по противоположнымъ направленіямъ.

Остановимся въ этомъ перечисленіи возможностей; уже послѣднее предположеніе, хотя оно представляетъ изъ себя логическое развитіе перваго, приводитъ насъ прямо къ гипотезѣ взрыва, которую мы разсмотримъ ниже.

Съ точки зрѣнія чисто механической, предположеніе о столкновеніи, хотя бы только подъ угломъ, не могло вызывать никакихъ возраженій; для того, чтобы удостовѣриться въ истинности гипотезы столкновенія, слѣдовало обратиться къ фактамъ дѣйствительности. Случай къ этому представился въ началѣ 1892 года, когда д-ръ Андерсонъ (Anderson) указалъ на появленіе временной звѣзды въ созвѣздіи Возничаго. Это былъ первый случай, когда астрономы получили возможность сфотографировать спектръ „новой" звѣзды и навсегда сохранить обнаружившіяся его особенности. Уже при первомъ изслѣдованіи, наряду съ уже извѣстными свѣтлыми линіями, была обнаружена цѣлая серія темныхъ линій, представлявшихъ собою удвоеніе свѣтлыхъ; далѣе, былъ констатированъ еще болѣе странный фактъ, состоявшій въ томъ, что и тѣ и другія перемѣщались въ противоположныя стороны.

Примѣняя сюда принципъ Допплера-Физо (Doppler-Fizeau), относящійся къ радіальнымъ скоростямъ, можно было сказать, что все происходитъ такъ, какъ если бы мы здѣсь имѣли дѣло съ двумя звѣздами, обладающими скоростями противоположнаго направленія. Иначе говоря, спектръ открылъ существованіе двухъ звѣздъ — одной, очень яркой, состоящей исключительно изъ газовъ и удаляющейся отъ насъ со скоростью 308 *км.* въ секунду, и другой — болѣе по-

хожей на наше солнце и приближающейся къ намъ со скоростью 512 *км.* въ тотъ же промежутокъ времени. Такимъ образомъ, какъ можно было думать, обѣ звѣзды мчались одна по направленію къ другой съ огромной относительной скоростью въ 820 *км.* въ секунду, а это вызвало или легкое столкновеніе, или явленіе двойного прилива, что и повлекло за собою то „воспламененіе", которое наблюдалъ Андерсонъ.

Все, казалось, говорило въ пользу популярной гипотезы; но вскорѣ возникли нѣкоторыя затрудненія. Исходя изъ этой теоріи, слѣдовало ожидать, что относительная скорость обоихъ небесныхъ тѣлъ тотчасъ же послѣ встрѣчи уменьшится, а между тѣмъ ничего подобнаго не происходило; даже черезъ три мѣсяца послѣ предполагаемой встрѣчи смѣщенія спектральныхъ линій не обнаруживали никакихъ измѣненій скорости. Этотъ странный фактъ могъ бы найти себѣ объясненіе лишь при томъ предположеніи, что здѣсь мы имѣли дѣло съ огромными массами, превосходящими, согласно Зеелигеру (Seeliger), въ 15000 разъ массу нашего солнца; кромѣ того, слѣдовало предположить, что каждая изъ звѣздъ двигалась по точной параболѣ; можно было также допустить, что орбиты имѣли форму гиперболъ, и что въ этомъ случаѣ звѣзды обладали свойственной имъ скоростью уже съ самыхъ отдаленныхъ предѣловъ пространства. Гипотеза начала терять въ своемъ правдоподобіи.

Болѣе глубокое изслѣдованіе спектра, наконецъ, явно показало, что столкновеніе лишь двухъ тѣлъ не могло дать исчерпывающаго объясненія всѣхъ наблюдавшихся явленій: Фогель (Vogel) настойчиво поддерживалъ предположеніе объ участіи третьей звѣзды, Кэмпбель (Campbell) настаивалъ на участіи четырехъ звѣздъ, Шуманъ (Schumann) замѣтилъ, что съ такимъ же правомъ можно говорить объ участіи шести небесныхъ тѣлъ, и, наконецъ, Фогель дошелъ до неопредѣленнаго числа планетъ.

Къ тому же столь ужасная катастрофа должна была бы вызвать столь значительное улетучиваніе вещества, что потребовались бы цѣлыя тысячи вѣковъ для того, чтобы произошла полная конденсація новой звѣзды. А между тѣмъ, какъ мы видѣли, это отнюдь не происходитъ съ временными звѣздами, которыя сравнительно быстро возвращаются къ своей первоначальной яркости.

Такимъ образомъ, теорія столкновенія рушилась подъ напоромъ цѣлаго ряда фактовъ, не поддававшихся объясненію, и нужно было искать другой гипотезы. Уже сэръ Уильямъ Гёггинсъ (Sir William Huggins) замѣтилъ, что сложность спектра можно было бы отчасти объяснить глубокими измѣненіями въ атмосферѣ одной только звѣзды. Дѣйствительно, представимъ себѣ, что по какой-либо причинѣ фотосфера и хромосфера нашего солнца пріобрѣтутъ активность, въ сто, въ тысячу разъ превосходящую нынѣшнюю; мы тотчасъ же обнаружимъ, — но только въ увеличенномъ масштабѣ, — всѣ спектральныя особенности, которыми обладаютъ novae: глубокія измѣненія и быстрыя перемѣщенія спектральныхъ линій, зависящія отъ явленій поглощенія и лучеиспусканія, которыя пріобрѣтаютъ большую интенсивность вслѣдствіе увеличенія объема газовъ, а также и отъ возрастанія силъ, принимающихъ здѣсь участіе. Безпристрастный наблюдатель не былъ бы склоненъ примѣнить въ этомъ случаѣ принципъ Допплера-Физо; правильнѣе было бы, если бы онъ вспомнилъ по этому поводу красивые опыты Гёмфри (Humphrey) и Мольгера (Molher). Эти два физика въ 1895 году показали,

что линіи спектра могутъ замѣтно перемѣщаться по направленію къ красной части его при одномъ лишь увеличеніи давленія *).

Въ сущности, результаты получаются одни и тѣ же какъ въ одномъ, такъ и въ другомъ случаѣ; но для нашего ума гораздо болѣе естественной является только-что приведенная гипотеза, согласно которой въ звѣздной атмосферѣ происходятъ глубокія измѣненія, обусловленныя газами, вырывающимися изнутри небеснаго тѣла и производящими, въ виду этого, ужасные взрывы.

Въ виду того, что тѣ возраженія, которыя выставлялись противъ гипотезы столкновенія, не относились уже къ гипотезѣ взрыва, а также въ виду того, что съ помощью послѣдней можно было объяснить большинство установленныхъ фактовъ,—она заслужила всеобщее признаніе у астрономовъ. Однако, уже вскорѣ ученые должны были признать, что новое объясненіе фактовъ далеко не имѣетъ того безусловнаго характера, какъ это предполагали вначалѣ.

Дѣло въ томъ, что спектры временныхъ звѣздъ далеко не обладаютъ одними и тѣми же свойствами: свѣтлыя линіи не всегда имѣютъ темные двойники; novae Кентавра (1895) и Стрѣльца (1898), открытыя г-жей Флемингъ (Fleming), могутъ служить вполнѣ подходящими примѣрами въ этомъ отношеніи. Этотъ фактъ, при сопоставленіи его еще съ другими, подсказываетъ намъ, что временныя звѣзды могутъ весьма значительно отличаться одна отъ другой по своему происхожденію.

Сложность происхожденія этихъ звѣздъ съ особенной очевидностью была установлена послѣ появленія (22 февраля 1901 года) novae Персея.

Въ теченіе лишь двухъ дней новая звѣзда стала самой яркой звѣздой нашего сѣвернаго полушарія; но вслѣдъ затѣмъ яркость начала падать. Однако, кривая яркости недостаточно правильно падала: она дѣлала частые скачки вверхъ, всегда сопровождавшіеся измѣненіями въ спектрѣ. Въ то время, какъ во время максимума яркости послѣдній по своему типу былъ схожъ со спектромъ Оріона, въ дальнѣйшемъ онъ сталъ схожимъ со спектромъ novae Возничаго (свѣтлыя полосы, сопровождающіяся темными двойниками). При помощи принципа Доплера-Физо было установлено, что наблюдавшемуся перемѣщенію темныхъ линій должна отвѣчать скорость въ 1600 *км.* въ секунду. Оказавшись передъ такимъ неправдоподобнымъ выводомъ, попытались и здѣсь ввести въ разсмотрѣніе давленіе, но это оказалось неудачнымъ: смѣщеніе, которое должно было бы въ случаѣ нарастающаго давленія имѣть направленіе въ сторону красной части спектра, на самомъ дѣлѣ происходило въ противоположномъ направленіи!

Вскорѣ nova приняла характеръ перемѣнныхъ звѣздъ съ короткимъ періодомъ, при чемъ окраска звѣзды находилась въ зависимости отъ ея яркости. Въ іюлѣ 1901 года произошло новое, болѣе коренное измѣненіе въ спектрѣ: онъ сталъ похожимъ на спектръ планетарной туманности, что, впрочемъ, и раньше наблюдалось въ нѣкоторыхъ novae, находившихся въ періодѣ уменьшенія своей яркости. Въ началѣ августа въ спектрѣ безусловно преобладалъ небулій, а къ концу этого мѣсяца былъ обнаруженъ совершенно неожиданный фактъ, которому предстояло открыть изслѣдователямъ путь къ самымъ смѣлымъ теоріямъ.

*) Простое увеличеніе давленія въ 13 *кгр.* на 1 *кв. см.* вызываетъ смѣщеніе спектральныхъ линій, соотвѣтствующее скорости удаленія болѣе, чѣмъ въ 3 *км.* въ секунду.

А именно, фотографическіе снимки, произведенные при долгой экспозиціи, указали на присутствіе вокругъ novae туманныхъ, неправильной формы, массъ, которыя къ концу сентября пріобрѣли видъ обширнаго спиральнаго образованія. Между прочимъ, разсмотрѣніе болѣе раннихъ клише показало, что развитіе этого туманнаго покрова началось уже съ момента появленія звѣзды.

Итакъ, одно изъ двухъ: либо туманныя массы произошли отъ звѣзды, будучи выброшены на далекое разстояніе внутренними силами; либо же туманность существовала уже до появленія novae, а постепенное расширеніе ея по радіусу есть не что иное, какъ иллюзія, происходящая вслѣдствіе того, что свѣтъ, испускаемый центральной звѣздой, а затѣмъ отражающійся отъ туманности, достигаетъ насъ постепенно — по мѣрѣ того, какъ онъ отражается отъ слоевъ, все болѣе удаленныхъ отъ центра.

Оба предположенія ставили, между прочимъ, на очередь самые смѣлые вопросы космогоніи. Если послѣднее предположеніе казалось гораздо болѣе допустимымъ, то въ пользу перваго говорили многочисленные факты, твердо установленные со времени нѣкоторыхъ предыдущихъ появленій временныхъ звѣздъ.

Временныя звѣзды 1860, 1885 и 1895 годовъ представлялись погруженными въ туманности, существовавшія до появленія этихъ звѣздъ. Съ другой стороны, ученые, утверждающіе, что эти туманности происходятъ отъ novae, съ не меньшей основательностью отмѣчаютъ, что большое число новыхъ звѣздъ въ концѣ своего свѣтоноснаго существованія начинаетъ давать спектръ, вполнѣ аналогичный спектру туманностей; таковыми были novae, относящіяся къ 1876 и 1893 годамъ, а также нѣкоторыя другія, открытыя г-жей Флемингъ, среди которыхъ слѣдуетъ отдѣльно отмѣтить novae 1898 и 1900 годовъ.

* * *

Весьма возможно, что противорѣчіе явленій, сопровождающихъ появленіе и потуханіе novae, есть противорѣчіе лишь кажущееся; можетъ быть, она совершенно исчезла бы, если бы приверженцы нынѣ существующихъ гипотезъ были менѣе односторонни въ своихъ взглядахъ.

Всѣ признаютъ, что гипотеза столкновенія не вполнѣ соотвѣтствуетъ фактамъ; но ясно также и то, что гипотеза взрыва останется неполной до тѣхъ поръ, пока она намъ не объяснитъ самихъ причинъ катастрофы. Если бы всѣ мы занялись перечисленіемъ и разборомъ всѣхъ этихъ причинъ, то мы вышли бы изъ рамокъ настоящаго весьма краткаго очерка; поэтому, заканчивая статью, мы ограничимся тѣмъ, что изложимъ вкратцѣ нѣкоторыя наводящія идеи, которыя могутъ доставить намъ элементы для разрѣшенія проблемы.

Для большей опредѣленности вообразимъ себѣ солнце, подобное нашему и представляющее собою звѣзду средней величины. Посмотримъ, въ какихъ случаяхъ въ его оболочкахъ могутъ произойти пертурбаціи, сопровождающіяся сильными взрывами.

Во время своего быстраго движенія въ межзвѣздиомъ пространствѣ солнце встрѣтитъ не мало веществъ, на которыя оно наткнется. Пространство это не въ такой уже мѣрѣ лишено всякаго вещества, какъ это обыкновенно думаютъ; встрѣчи и столкновенія всегда возможны.

Предположимъ сначала, что наше свѣтило приблизится къ потухшей звѣздѣ: этого будетъ достаточно, чтобы вызвать страшной силы приливъ. Въ

настоящемъ своемъ состоянiи наше солнце проявляетъ перiодическую активность, отражающуюся не только на его фотосферѣ, но также на хромосферѣ и коронѣ. Уже нѣсколько разъ, а особенно въ своей „Проблемѣ солнца“ *), я показалъ, что причина активности солнца кроется не внутри этого небеснаго тѣла, а въ наружныхъ частяхъ; дѣло заключается въ томъ, что явленiя конденсацiи, происходящiя въ коронѣ, вызываютъ повышенiе давленiя въ экваторiальныхъ областяхъ и тѣмъ самымъ создаютъ центры пониженнаго давленiя въ болѣе высокихъ широтахъ. Вотъ почему происходятъ тѣ сильные взрывы газовъ, которые извѣстны подъ названiемъ протуберанцевъ.

Въ большемъ еще масштабѣ должно произойти уменьшенiе давленiя, если звѣзда огромной величины при своемъ приближенiи вызоветъ мощные приливы на поверхности нашего центральнаго свѣтила. Внутреннiе газы, находящiеся теперь подъ давленiемъ миллiоновъ атмосферъ, разорвутъ свою оболочку и устремятся по направленiю къ производящей притяженiе новой массѣ. Такъ какъ вращенiе солнца будетъ происходить по прежнему, то указанное явленiе захватитъ большую область, и вскорѣ вся масса солнца приметъ участiе во взрывѣ. Спектръ солнца оставался бы похожимъ на нынѣшнiй, но искаженiе и перемѣщенiе спектральныхъ линiй дали бы понять отдаленному наблюдателю, что страшная катастрофа глубоко потрясаетъ звѣзду, кототорую прошедшiе вѣка успѣли уже порядкомъ охладить.

Первымъ результатомъ такой катастрофы было бы помолодѣнiе нашего солнца, выражающееся въ значительномъ увеличенiи его видимаго объема и въ уменьшенiи его средней плотности. Вслѣдъ за внезапнымъ увеличенiемъ яркости и, вѣроятно, также температуры произошло бы уменьшенiе числа химическихъ соединенiй, и, при достаточной силѣ указанныхъ явленiй, поглощенiе оболочекъ достигло бы такой степени, что солнце приняло бы видъ настоящей планетарной туманности.

Значитъ ли это, что мы можемъ пойти дальше въ своихъ выводахъ и предположить, что встрѣча между звѣздами можетъ вызвать образованiе туманности, аналогичной тѣмъ, которыя мы открываемъ въ глубинѣ небесныхъ пространствъ? Я думаю, что этого предположить нельзя, и вотъ на чемъ я основываюсь. Исходя изъ принциповъ математическаго анализа и механики, легко показать, что вращающееся тѣло, выбрасывающее изъ себя нормальнымъ образомъ газы, можетъ дать начало только такимъ туманностямъ, которыя имѣютъ форму архимедовой спирали. А между тѣмъ ни одна изъ извѣстныхъ намъ туманностей не имѣетъ такой формы; тѣ изъ нихъ, которыя имѣютъ тенденцiю къ спиралевидному строенiю, обладаютъ широко раскрытыми завитками, приближающими ихъ къ типу такъ называемыхъ улиткообразныхъ спиралей.

Такимъ образомъ, нужно считать, что наблюдаемыя на небѣ туманности образовались подъ влiянiемъ не центробѣжныхъ, дивергентныхъ силъ, а силъ конвергентныхъ; массы въ нихъ испытываютъ притяженiе къ центру, а не отталкиванiе къ периферiи. Впрочемъ, силы отталкиванiя, какое бы имъ ни дали названiе, повидимому, неспособны создать извѣстныя намъ туманности, которыя всѣ отличаются невообразимой величиной. При ихъ эволюцiи создаются не системы, подобныя нашей, а весьма развитыя звѣздныя скопленiя.

---

*) „Le problème solaire“ par l'Abbé Th. Moreux, изданiе „Scientifica“, 87, Bd. St. Germain, Paris.

Безъ сомнѣнія, интересная nova Персея, исторію которой мы изложили, встрѣтилась съ образованіемъ именно послѣдняго рода. Дѣйствительно, если бы наше солнце попало въ скопленіе звѣздъ, внутрь туманности или въ облако метеоритовъ, то получились бы явленія, подобныя тѣмъ, которыя мы только-что описали при разсмотрѣніи случая встрѣчи съ такого рода образованіемъ потухшаго солнца или же солнца, обладающаго слабой яркостью.

При всѣхъ этихъ обстоятельствахъ солнечная масса была бы на мгновеніе глубоко потрясена. Возможно, что именно такая судьба и постигнетъ наше центральное свѣтило, когда оно, подъ вліяніемъ непреодолимой силы, достигнетъ черезъ нѣсколько тысячъ вѣковъ краевъ большого пояса Млечнаго Пути.

Метеорологія въ газовомъ дѣлѣ.

Прив.-доц. С. Г. Попруженко.

Конспектъ лекцій, читанныхъ на Курсахъ по газовому дѣлу Одесскаго Областного Комитета военно-технической помощи въ 1917 г.

---

1. Теплообмѣнъ въ нижнихъ слояхъ атмосферы является результатомъ солнечной радіаціи и ночного лучеиспусканія.

2. Температурныя измѣненія низшихъ слоевъ атмосферы обусловливаются активнымъ (поглощающимъ и лучеиспускающимъ) верхнимъ слоемъ земной поверхности.

3. Теплота передается отъ нижнихъ слоевъ воздуха къ верхнимъ, главнымъ образомъ, путемъ конвекціи.

4. Процессъ охлажденія обусловливается, главнымъ образомъ, лучеиспусканіемъ.

5. Въ нижнихъ слояхъ атмосферы возможна инверсія температуры (на извѣстной высотѣ температура понижается и вверхъ и внизъ отъ нѣкотораго воздушнаго слоя). Инверсія, обычно сопровождающая устойчивое состояніе атмосферы, является благопріятствующимъ обстоятельствомъ для газовой атаки; особенно часта инверсія въ ночные часы и зимой въ области антициклоновъ.

6. При восходящихъ и нисходящихъ теченіяхъ происходятъ адіабатическія измѣненія температуры (охлажденіе и нагрѣваніе).

7. Эти измѣненія являются одной изъ главныхъ причинъ образованія и исчезновенія облаковъ и, вообще, гидрометеоровъ (при охлажденіи—конденсація паровъ, при нагрѣваніи—удаленіе отъ состоянія насыщенія).

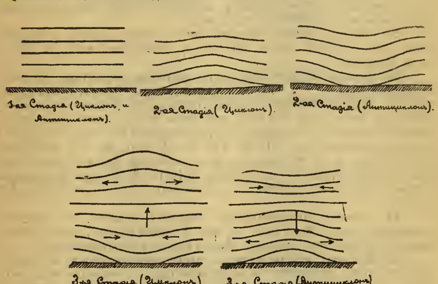
8. Причиной вѣтра является разность барометрическихъ давленій въ двухъ сосѣднихъ мѣстахъ земной поверхности; воздухъ стремится двигаться изъ мѣстъ, гдѣ давленіе выше, въ мѣста, гдѣ давленіе ниже (законъ Галлея).

9. Скорость вѣтра зависитъ отъ величины барометрическаго градіента (т. е. паденія барометрическаго давленія на каждыя 105

верстъ, считая по нормали къ изобарѣ въ сторону падающаго давленія) (законъ Стевенсона).

10. Причиной возникновенія барометрическаго градіента является разность температуръ въ двухъ сосѣднихъ столбахъ воздуха (термическая пертурбація); при этомъ нарушается горизонтальность поверхностей одинаковаго давленія и возникаютъ вертикальныя теченія воздуха.

11. Прн образованін цнклональнаго и антнцнклональнаго состояній атмосферы надо отмѣтнть трн стадіи въ распредѣленіи поверхностей одинаковаго давленія:



12. Подъ вліяніемъ отклоняющаго дѣйствія вращенія землн въ связи съ ея шарообразнымъ видомъ движущіяся массы воздуха отклоняются въ сѣверномъ полушаріи вправо отъ направленія градіента (законъ Бейсъ-Балло).

13. Тнпнчнымн формамн распредѣленія давленія въ умѣренныхъ широтахъ являются циклоны (минимумы) и антициклоны (максимумы); возможно одновременное существованіе двухъ н большаго числа барометрнческихъ областей на протяженіи Европы.

14. Циклоны и антициклоны обнаруживаются по распредѣленію на поверхности землн изобаръ, являющихся линіями пересѣченія поверхностей однднаковаго давленія съ поверхностью земли.

15. Уголъ между градіентомъ н направленіемъ вѣтра находнтся въ обратной зависимостн съ коэффиціентомъ тренія воздуха о поверхность земли и не зависитъ отъ скорости движенія и плотности массъ воздуха; этотъ уголъ меньше надъ сушей, чѣмъ надъ гладкой поверхностью моря. Онъ меньше въ передней и больше въ задней частн цнклона; въ среднемъ онъ въ немъ равенъ 60°.

16. Предѣломъ циклона можно считать изобару въ 760 *мм.*, отъ которой давленіе къ центру циклона убываетъ; контуры изобаръ, вообще говоря, представляютъ овалъ съ большей осью (отношеніе осей = 2 : 1), вытянутой къ СВ и ВСВ; при схематическомъ разсмотрѣніи можно принимать циклонъ за кругъ съ радіусомъ въ 700 *в.*; болѣе сильные циклоны имѣютъ большій радіусъ и наоборотъ.

17. Большій градіентъ и большія скорости вѣтра наблюдаются въ ЮЗ-ой части циклона, меньшіе—въ СВ-ой и С-ой частяхъ.

18. Циклоны являются главной причиной измѣненій погоды.

19. Вѣтры въ циклонѣ распредѣлены спиралевидно, какъ въ вихрѣ, по направленію, противоположному движенію часовой стрѣлки; сильные вѣтры меньше отклоняются отъ изобаръ.

20. Сильные вѣтры господствуютъ не вблизи центра, а, въ среднемъ, на разстояніи 400 *в.* отъ него и встрѣчаются чаще въ ЮЗ-ой части циклона.

21. Циклоны имѣютъ стремленіе двигаться къ востоку, точнѣе—по направленію С—70°—В; но пути ихъ, вообще говоря, очень разнообразны. При прохожденіи циклона происходитъ смѣна погоды и направленія вѣтра; если циклонъ проходитъ черезъ мѣсто наблюденія правой стороной, то направленіе вѣтра мѣняется по солнцу (по часовой стрѣлкѣ),—напримѣръ: ЮВ, Ю, ЮЗ, З, СЗ; если же онъ проходитъ лѣвой стороной, то направленіе вѣтра мѣняется противъ солнца (обратно часовой стрѣлкѣ),—напримѣръ: ЮВ, В, СВ, С; при прохожденіи центра наблюдается скачекъ въ направленіи вѣтра,—напримѣръ: ЮВ и СЗ.

22. Скорость поступательнаго движенія циклона, въ среднемъ, составляетъ около 30—40 *в.* въ часъ и зимой больше, чѣмъ лѣтомъ; зимой преобладаютъ сѣверные, лѣтомъ южные пути циклоновъ.

23. Циклоны сопровождаются процессами сгущенія паровъ, а, слѣдовательно, приносятъ пасмурную погоду, увеличеніе влажности, дождь, снѣгъ, повышеніе температуры зимой и пониженіе лѣтомъ; въ зимнихъ циклонахъ осадки вѣроятны въ передней части циклона; лѣтніе окружены со всѣхъ сторонъ областью дождя, центръ которой нѣсколько отодвинутъ къ южной части циклона.

24. Общее схематическое распредѣленіе метеорологическихъ элементовъ въ циклонѣ представлено на рис. 2.

25. Область циклона имѣетъ двойное подраздѣленіе: 1) по отношенію къ передней и задней частямъ, при чемъ погода въ первой части теплая и облачная, во второй—вѣтреная и холодная, и 2) по отношенію къ большой оси и центру, съ приближеніемь къ которому, въ особенности съ правой стороны, погода становится дождливѣе.

26. Признаками надвиженія циклона являются: 1) пониженіе барометра; 2) появленіе перистыхъ облаковъ (Cirri) (особенно въ видѣ длинныхъ полосъ—кошачьихъ хвостовъ) на западной, юго-западной и южной сторонахъ горизонта, ихъ быстрое движеніе и переходъ въ расплывчатыя заволакивающія весь небосводъ формы облаковъ; 3) поворачиваніе вѣтра по солнцу или противъ солнца и увеличеніе его скорости; дымъ изъ трубъ идетъ книзу и стелется по землѣ; 4) повышеніе влажности; 5) повышеніе температуры зимой и пониженіе лѣтомъ; 6) опти-

ческія явленія: блѣдный свѣтъ луны; солнце какъ бы погружается въ паръ; ослабѣваніе яркости солнца; отдаленные берега моря, озера, рѣки

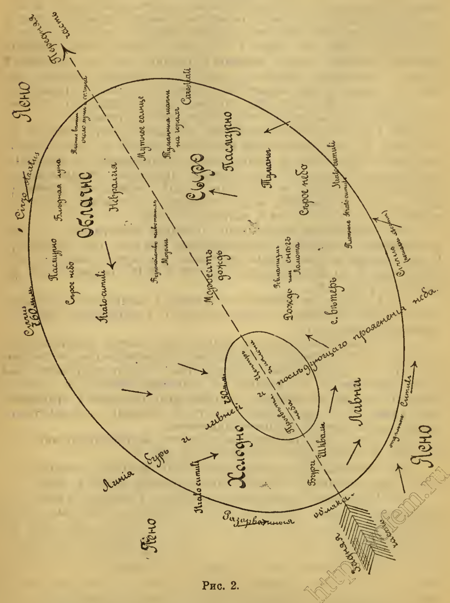


Рис. 2.

Схематическое распредѣленіе метеорологическихъ элементовъ въ циклонѣ.

кажутся приподнятыми; большая сплюснутость небеснаго свода; тѣсные радужные вѣнцы вокругъ луны и солнца, почти непосредственно прилегающіе къ свѣтилу; преобладаніе краснаго цвѣта въ сіяніи луны, солнца, звѣздъ, радуги, вѣнцовъ; красная, багрово-красная или желтовато-красная заря; отчетливо видимый послѣ заката солнца въ восточной сторонѣ неба темный сегментъ, растущій вверхъ; иззаоблачное сіяніе къ вечеру; захожденіе солнца въ тучу при усиленіи вѣтра; длинныя сумерки; необычно сильное мерцаніе и дрожаніе звѣздъ, въ особенности къ утру; увеличеніе свѣтовой и звуковой прозрачности воздуха, связанное съ повышеніемъ влажности; близость отдаленныхъ предметовъ.

27. Въ концѣ прохожденія циклона облака принимаютъ кучевыя разрозненныя формы, вѣтеръ ослабѣваетъ, небо проясняется.

28. Для того, чтобы опредѣлить положеніе центра циклона по отношенію къ мѣсту наблюденія, надо стать спиной къ вѣтру и вытянуть лѣвую руку влѣво по направленію, составляющему съ направленіемъ вѣтра уголъ въ 50—60 градусовъ. Принимая, что циклонъ перемѣщается къ востоку, и установивъ, какой стороной онъ проходитъ черезъ мѣсто наблюденія, можно составить схему возможныхъ ближайшихъ измѣненій погоды и направленія вѣтра.

29. Антициклоны захватываютъ огромныя пространства съ барометрическимъ давленіемъ, превосходящимъ 760 *мм.*; они ограничены, вообще говоря, неправильными контурами. Въ случаѣ овальныхъ изобаръ большая ось ихъ направлена къ СВ и ВСВ; отношеніе осей, въ среднемъ, равно 1,8.

30. Градіенты въ антициклонѣ слабые и увеличиваются къ окраинамъ; уголъ отклоненія слабыхъ вѣтровъ отъ направленія градіента составляетъ около 45°.

31. Антициклоны (средній радіусъ ихъ равенъ приблизительно 1300 *в.*), въ большинствѣ случаевъ, какъ бы расширяются, захватывая все болѣе и болѣе обширныя пространства. Они или стаціонарны или слабо вытѣсняются къ востоку (со скоростью около 25 *в.* въ часъ). Движеніе ихъ не напоминаетъ механическаго перенесенія вращающагося вихря. Ихъ даже можно считать не вихрями, а барометрическими валами между группами циклоновъ.

32. Общее схематическое распредѣленіе метеорологическихъ элементовъ въ антициклонѣ представлено на рис. 3.

33. Антициклоны сопровождаются ясной погодой, усиленіемъ солнечной радіаціи днемъ и ночного лучеиспусканія ночью и зимой.

34. Признаками надвиженія антициклона являются: 1) повышеніе барометра; 2) ясная погода и малая облачность; перистыя облака (Cirri) встрѣчаются рѣдко (въ видѣ конскихъ гривъ); при этомъ они неподвижны или очень медленно движутся; чистыя слоистыя (Strati) составляютъ, главнымъ образомъ, принадлежность антициклоновъ: нижнія облака вблизи центра исчезаютъ и взамѣнъ ихъ, въ особенности днемъ, можно наблюдать кучевыя (Cumuli) съ ровными закругленными краями, исчезающія кверху (облака восходящихъ теченій); иногда наблюдаются высокія мелкія кучевыя облака, придающія небу видъ пестраго мрамора; 3) вѣтры стихаютъ по мѣрѣ приближенія къ

центру и усиливаются по направленію къ окраинамъ, гдѣ иногда не исключается возможность бурь, въ особенности на склонахъ къ сильнымъ циклонамъ; поворачиваніе вѣтра при движеніи антициклона слабо выражено; дымъ изъ печныхъ трубъ идетъ вверхъ; 4) уменьшеніе влажности; погода становится сухой; дождь ослабѣваетъ и затихаетъ къ вечеру; возможны туманы, чаще въ долинахъ, на лугахъ, надъ озерами, въ особенности, если антициклонъ окруженъ со всѣхъ сторонъ циклонами; туманный видъ неба зимой и болѣе или менѣе



Рис. 3.

Схематическое распредѣленіе метеорологическихъ элементовъ въ антициклонѣ.

ясно выраженный суточный ходъ вѣтровъ (утромъ отъ востока, вечеромъ отъ запада; къ 3 часамъ утра минимумъ скорости; къ 3 часамъ дня максимумъ); сильныя росы лѣтомъ, въ особенности въ низкихъ мѣстахъ, служатъ указаніемъ неподвижности антициклона или, вообще, продолжительности сухой и ясной погоды; 5) пониженіе температуры зимой и повышеніе лѣтомъ; возможны инверсіи температуры въ нижнихъ слояхъ атмосферы; рѣзкіе переходы отъ ночного холода къ дневному теплу; 6) ровное сѣрое небо утромъ; нормальный видъ отдаленнаго берега и предметовъ; высокій небесный сводъ; земная даль видна неясно; золотисто-розовый цвѣтъ вечерней зари связанъ съ высокимъ давленіемъ; по заходѣ солнца внизу золотая полоса, а надъ ней розовое пятно; если во время перемѣнной погоды около луны или солнца

появляются одинъ или два большихъ радужныхъ круга градусовъ 20 въ діаметрѣ, то это хорошій признакъ наступленія сухой погоды на несколько дней; если послѣ заката солнца, при совершенно ясномъ небѣ, на западѣ долго наблюдается почти бѣлое серебристое сіяніе безъ рѣзкихъ границъ, то это указываетъ на продолжительную ясную погоду; короткія сумерки; спокойное сіяніе звѣздъ съ преобладаніемъ зеленаго цвѣта.

35. Въ антициклонѣ рѣзко выраженъ суточный ходъ метеорологическихъ элементовъ.

36. Для того, чтобы болѣе или менѣе точно опредѣлить положеніе центра антициклона, надо стать лицомъ къ вѣтру и вытянуть лѣвую руку влѣво по направленію, составляющему съ направленіемъ вѣтра уголъ градусовъ въ 45; составленіе схемы возможныхъ измѣненій въ направленіи вѣтра, связанныхъ съ перемѣщеніемъ антициклона, затрудняется: 1) слабой тенденціей антициклона къ поступательному движенію; 2) тѣмъ обстоятельствомъ, что слабые вѣтры антициклоновъ, являющіеся слѣдствіемъ слабыхъ градіентовъ, подчиняются вліянію мѣстныхъ условій, зависящихъ отъ рельефа, и не всегда явственно слѣдуютъ закону Бейсъ-Балло.

37. Для сужденія о наиболѣе вѣроятной смѣнѣ погоды можно воспользоваться приведенными выше схемами распредѣленія метеорологическихъ элементовъ въ циклонѣ и антициклонѣ, принимая послѣдніе за круги и считая поступательное движеніе циклона и антициклона направленнымъ къ востоку (см. выше пп. 24, 26, 28, 32, 34, 36); необходимо выяснить, какой стороной, правой или лѣвой, проходитъ черезъ мѣсто наблюденія барометрическая область. Для той же цѣли можно воспользоваться указателемъ Поморцева (рис. 4 и 5).

Здѣсь: 1) Большая стрѣлка указываетъ направленіе движенія барометрической области, т.-е. расположеніе большой оси ея.

2) Малыя стрѣлки на краяхъ указываютъ направленія вѣтра въ разныхъ частяхъ барометрической области.

3) Текстъ, вписанный въ концентрическіе круги, указываетъ тѣ послѣдовательныя измѣненія метеорологическихъ элементовъ, которыя происходятъ при прохожденіи мѣста наблюденія черезъ соотвѣтствующіе октанты области.

4) Текстъ двухъ узкихъ крайнихъ колецъ даетъ начальные признаки надвиженія области.

5) Слѣдующія два широкихъ кольца заключаютъ въ себѣ указанія на соотвѣтствующій характеръ погоды, при чемъ первое кольцо относится къ случаю, когда показаніе барометра не слишкомъ низкое (циклонъ) или высокое (антициклонъ), а второе, болѣе близкое къ центру, относится къ случаю болѣе глубокой и рѣзче выраженной области.

6) Послѣдующее измѣненіе погоды можно почерпнуть изъ текста октанта, прилегающаго къ исходному со стороны хвоста большой стрѣлки, затѣмъ изъ слѣдующаго и т. д.

Если не дѣлать предвзятаго предположенія объ исключительномъ направленіи движенія барометрической области къ востоку, то можно воспользоваться указателемъ Поморцева еще слѣдующимъ образомъ.

Опредѣливъ, согласно пп. 28 и 36, положеніе центра области относительно мѣста наблюденія, укладываютъ указатель, поворачивая его, такъ, чтобы направленіе дѣйствительно наблюдаемаго вѣтра, совпало съ направленіемъ стрѣлки того октанта, начальные признаки котораго наилучше согласуются съ дѣйствительно наблюдаемыми; тогда большая стрѣлка укажетъ направленіе движенія барометрической области, и можно будетъ усмотрѣть, какой стороной область проходитъ черезъ мѣсто наблюденія.

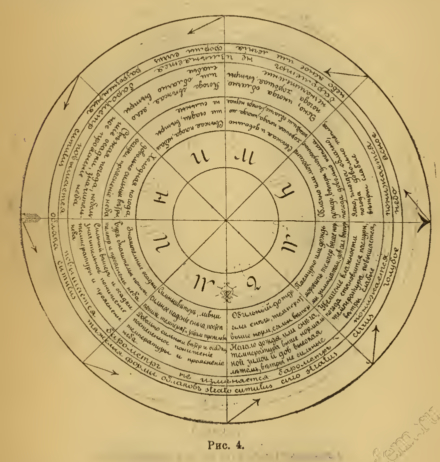


Рис. 4.

Указатель Поморцева для циклона.

38. Мѣстныя формы распредѣленія давленія, вызываемыя мѣстными термическими нарушеніями, обусловливаютъ мѣстные вѣтры, возникающіе у береговъ озеръ, морей, рѣкъ, болотъ, у опушки лѣса, на склонахъ горъ, холмовъ, въ лощинахъ; эти вѣтры могутъ или самостоятельно проявляться или вносить нѣкоторое расхожденіе въ

направленіе и силу господствующаго вѣтра. Чѣмъ больше возникающія термическія разности, тѣмъ рѣзче проявляются мѣстныя вліянія; послѣднія явственнѣе выступаютъ лѣтомъ и зимой.

39. При ясномъ небѣ и сравнительно тихой погодѣ днемъ вѣтеръ имѣетъ стремленіе дуть отъ воды къ сушѣ, отъ лѣса въ поле, отъ лощинъ къ склонамъ, ночью — въ обратномъ направленіи.

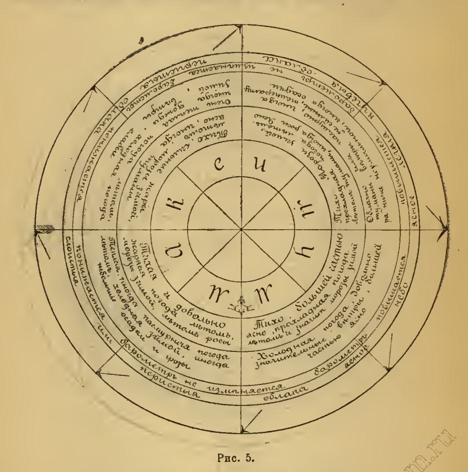


Рис. 5.

Указатель **Поморцева** для антициклона.

http://vofem.ru

40. Направленіе вѣтра почти никогда не бываетъ постояннымъ, а можетъ колебаться въ предѣлахъ 30—40 градусовъ. При сравнительно тихой погодѣ направленіе вѣтра обнаруживаетъ суточный ходъ; посреди равнины или на плоскогоріяхъ вѣтеръ имѣетъ стремленіе поворачиваться до полудня по солнцу, послѣ полудня — въ обратномъ направленіи; на вершинахъ горъ имѣютъ мѣсто обратныя явленія.

41. Суточный ходъ скорости вѣтра при установившейся тихой погодѣ выражается тѣмъ, что въ ночные часы вѣтеръ падаетъ до минимума, къ утру усиливается, къ 3 часамъ дня возрастаетъ и затѣмъ спадаетъ. Въ жаркіе ясные лѣтніе дни возникаютъ восходящіе токи воздуха, сопровождаемые вихревыми движеніями.

42. Направленіе вѣтра можетъ быть опредѣлено при помощи флюгера (вымпела, нитки, пушинки, перышка или другого легкаго предмета) на высотѣ $1-1^1/_2$ саж. отъ поверхности земли; для оріентировки по странамъ горизонта къ верхней части флюгера прикрѣпляются крестообразно двѣ деревянныя пластинки, устанавливаемыя при помощи компаса (или, въ крайнемъ случаѣ, карманныхъ часовъ) по направленіямъ С—Ю и В—З. Скорость вѣтра опредѣляется при помощи анемометра Фусса, Ришара или досчатаго анемометра Аркадьева (видоизмѣненіе анемометра Вильда). Для приблизительнаго опредѣленія скорости вѣтра можно руководиться слѣдующей таблицей:

Названіе вѣтра	Скорость въ метрахъ въ 1 секунду	Дѣйствіе вѣтра
Штиль	0	Дымъ поднимается вертикально.
Тихій	1	Дымъ слабо отклоняется отъ вертикальнаго направленія; приводитъ въ движеніе листья деревьевъ.
Легкій	2—3	Приводитъ въ движеніе тонкія вѣтви деревьевъ.
Слабый	4—5	Раскачиваетъ небольшіе сучья деревьевъ.
Умѣренный	6—8	Раскачиваетъ большіе сучья деревьевъ.

43. Наблюдательные пункты желательно располагать на ровномъ открытомъ мѣстѣ, откуда можно было бы наблюдать весь небосводъ. Для выясненія вліянія на вѣтеръ рельефа мѣстности необходимо производить наблюденія по линіи окоповъ во всѣхъ тѣхъ мѣстахъ, гдѣ имѣется рѣзкое измѣненіе рельефа. Сопоставленіе этихъ наблюденій съ одновременными ежечасными наблюденіями надъ вѣтромъ на контрольной станціи, расположенной невдалекѣ (на ровной мѣстности позади окоповъ), можетъ дать указанія на существованіе систематическихъ и несистематическихъ расхожденій въ направленіи и силѣ вѣтра въ разныхъ мѣстахъ изслѣдуемаго участка; эти данныя весьма важно установить въ цѣляхъ предохраненія своихъ окоповъ отъ возможнаго поворота газоваго облака, пущеннаго отъ насъ, и, стало быть, выясненія пригодности даннаго участка для производства на немъ газовой атаки.

44. Газовое облако, встрѣчая на своемъ пути низины, овраги, лощины, окопы, затекаетъ въ нихъ и долго задерживается тамъ; наибольшее затеканіе наблюдается при слабыхъ вѣтрахъ, вечеромъ, при

ясномъ небѣ; въ этихъ случаяхъ почти всегда имѣетъ мѣсто скатъ холоднаго, тяжелаго воздуха въ низины.

45. Газовое облако, встрѣчая на своемъ пути какія-либо преграды, холмы, гребни и т. п., поднимается надъ ними въ ихъ центральныхъ частяхъ, обтекая ихъ по сторонамъ, и только незначительная часть его будетъ затекать за преграды.

46. За преградами наблюдается болѣе слабый вѣтеръ, или почти полное отсутствіе его; затекающій, заносимый боковыми вихревыми движеніями газъ удерживается тамъ.

47. При слабомъ вѣтрѣ, дующемъ къ лѣсу, газовое облако поднимается надъ лѣсомъ, почти не затекая въ него; при болѣе значительныхъ скоростяхъ вѣтра и особенно при рѣдкомъ и обнаженномъ отъ листьевъ лѣсѣ затеканіе газа въ лѣсъ происходитъ достаточно хорошо, особенно въ ночное время и при ясной погодѣ. Сосновый лѣсъ очень доступенъ для газа.

48. Поднятіе газоваго облака надъ лѣсомъ уменьшаетъ ядовитость его вблизи поверхности земли у опушки лѣса (въ особенности съ еловымъ насажденіемъ), а въ глубинѣ лѣса съ очень густой опушкой, на разстояніи 100 шаговъ отъ опушки, дѣйствіе его ослабляется. Лѣсъ и поросли задерживаютъ газъ.

49. При вѣтрѣ, дующемъ отъ лѣса, въ участкахъ, расположенныхъ неподалеку отъ опушки, у поверхности земли создаются вихревыя движенія, увлекающія воздухъ въ обратномъ направленіи къ лѣсу.

50. Скорость вѣтра у опушки лѣса, вообще говоря, бываетъ меньше, нежели въ открытомъ мѣстѣ, и только на разстояніи 500—600 шаговъ отъ опушки большого лѣса скорость вѣтра будетъ такова же, какъ въ открытомъ мѣстѣ.

51. Газовымъ атакамъ благопріятствуетъ тихій вѣтеръ (около **1—2** *м.*) при сухой погодѣ и при отсутствіи восходящихъ теченій (газоудобно); условія эти соотвѣтствуютъ, главнымъ образомъ, антициклональному характеру погоды. Вечеромъ и въ ночные часы при ясномъ небѣ надо болѣе всего опасаться газовой атаки со стороны непріятеля (газоопасно).

52. При усиленіи вѣтра создаются отъ тренія воздуха о земную поверхность вихревыя движенія, разрѣжающія газовое облако. На мѣстности, пересѣченной оврагами, холмами, кустарниками, происходитъ болѣе значительное перемѣшиваніе газа съ воздухомъ, чѣмъ на ровной мѣстности.

53. Обстрѣлъ снарядами съ удушливыми газами наши противники производятъ при очень слабомъ вѣтрѣ любого направленія или при полномъ его отсутствіи; небольшой дождь не является препятствіемъ; большая влажность (75—100%) очень благопріятна; сильный дождь вредно дѣйствуетъ на успѣшность стрѣльбы; температура ниже 0°, повидимому, не исключаетъ вѣроятности обстрѣла.

54. Болѣе точныя предсказанія и предвидѣнія ожидаемыхъ общихъ метеорологическихъ условій, благопріятствующихъ и неблагопріятствующихъ примѣненію газовыхъ атакъ, возможны на основаніи ежедневныхъ синоптическихъ картъ, составляемыхъ въ центральныхъ учрежде-

ніяхъ; но независимо отъ этого чрезвычайно важно производить мѣстный прогнозъ погоды и учитывать вліяніе мѣстныхъ условій.

Прежде всего необходимо наблюдать вѣтеръ; затѣмъ видъ, количество и направленіе облаковъ, для чего слѣдуетъ пользоваться атласомъ облаковъ; барометрическое давленіе достаточно наблюдать по анероиду, такъ какъ съ нимъ легко обращаться; при этомъ важное значеніе имѣетъ не столько абсолютная величина давленія, какъ его измѣненія, т.-е. тенденціи давленія къ повышенію или пониженію; полезно наблюдать температуру воздуха по термометру-пращу, а также слѣдить за общимъ состояніемъ неба. Наблюденія слѣдуетъ пріурочивать, ведя записи, къ срокамъ: 7 ч. утра, 10 ч. дня, 1 ч. дня, 6 ч. вечера, 9 ч. вечера, 11 ч. вечера; наблюденія въ 7 ч. — 1 ч. — 9 ч. могутъ быть потребованы по телеграфу или телефону въ метеорологическія отдѣленія при штабахъ соотвѣтствующихъ армій для пополненія синоптическихъ обозрѣній погоды.

55. Главное Военно-Метеорологическое Управленіе установило слѣдующіе метеорологическіе признаки для предвидѣнія газовыхъ атакъ:

I. Примѣненіе удушающихъ газовъ въ видѣ облака противникомъ невозможно:

1) Если вѣтеръ дуетъ отъ нашихъ окоповъ къ окопамъ противника.

2) Если скорость вѣтра превышаетъ 6 — 7 *м.* въ секунду (качаетъ большіе сучья деревьевъ).

3) Если вѣтеръ дуетъ сильными порывами съ промежутками затишья.

4) Если днемъ полное затишье (дымъ поднимается вертикально).

5) Если жаркій ясный день.

II. Примѣненіе удушающихъ газовъ въ видѣ облака противникомъ маловѣроятно:

1) Если вѣтеръ дуетъ отъ окоповъ противника къ нашимъ окопамъ со скоростью, превышающей 3 — 4 *м.* въ секунду (качаетъ небольшіе сучья деревьевъ).

2) Если вѣтеръ дуетъ отъ окоповъ противника къ нашимъ окопамъ со скоростью 2 — 3 *м.* въ секунду, но усиливается.

3) Если идетъ частый, мелкій дождь.

4) Если идетъ небольшой дождь, но въ теченіе долгаго времени, такъ что земля сильно смочена.

5) Если въ облачную ночь затишье.

6) Если между нашими окопами и окопами противника находится широкая рѣка или большое болото, озеро или же глубокая и широкая лощина.

7) Если окопы противника находятся у самой опушки густого лѣса *).

*) Извѣстны случаи, когда нѣмцы, имѣя въ близкомъ тылу лѣсъ, выпускали газовое облако черезъ рѣки и болотистыя мѣстности.

http://profilib.ru

III. Примѣненіе удушающихъ газовъ въ видѣ облака противникомъ маловѣроятно въ теченіе ближайшихъ полусутокъ:

1) Если вѣтеръ къ заходу солнца не ослабѣваетъ или усиливается.

2) Если вѣтеръ въ теченіе ближайшихъ полусутокъ началъ медленно измѣнять свое направленіе и приближается къ направленію отъ насъ къ противнику, и облачность увеличивается.

IV. Примѣненіе удушающихъ газовъ противникомъ вѣроятно:

1) Если вѣтеръ дуетъ отъ окоповъ противника къ нашимъ окопамъ со скоростью, не превышающей, въ среднемъ, 3 *м.* въ секунду (слабо отклоняетъ отъ вертикальнаго направленія дымъ или движетъ листья или только тонкія вѣтви деревьевъ).

2) Если вечеромъ или ночью при ясномъ небѣ или при легкихъ облакахъ затишье, и наши позиціи находятся на склонѣ холма или въ долинѣ, а окопы противника расположены на болѣе возвышенномъ мѣстѣ.

3) Если вечеромъ или ночью при ясномъ небѣ или при легкихъ облакахъ затишье, а въ непосредственной близости за нашими окопами находится низина или большой водный бассейнъ.

4) Если къ заходу солнца вѣтеръ начинаетъ медленно ослабѣвать и небо становится безоблачнымъ.

V. Примѣненіе удушающихъ газовъ въ видѣ облака противникомъ вѣроятно въ ближайшія полусутки:

1) Если въ ясный жаркій день вѣтеръ все время дулъ со стороны окоповъ противника къ нашимъ окопамъ со скоростью болѣе 4 *м.* въ секунду и къ заходу солнца ослабѣваетъ.

2) Если вѣтеръ въ теченіе ближайшихъ полусутокъ началъ медленно измѣнять свое направленіе и приближается къ направленію отъ окоповъ противника къ нашимъ, и облачность уменьшается.

3) Если къ заходу солнца послѣ жаркаго дня вѣтеръ постепенно и совершенно стихаетъ и небо проясняется, и если наши окопы находятся на склонѣ холма или въ долинѣ, а окопы противника на болѣе возвышенномъ мѣстѣ.

4) Если къ заходу солнца послѣ жаркаго дня вѣтеръ постепенно и совершенно стихаетъ и небо проясняется, и если непосредственно за нашими окопами находится большая лощина или большая водная поверхность.

Благопріятныя и неблагопріятныя метеорологическія условія для обстрѣла снарядами съ удушающими газами.

I. Обстрѣлъ снарядами съ удушающими газами со стороны противника невѣроятенъ:

1) Если вѣтеръ дуетъ въ сторону противника и окопы его близки (около 300 шаговъ).

2) Если вѣтеръ болѣе 5 *м.* въ секунду (качаетъ большіе сучья деревьевъ).

3) Если идетъ мелкій частый дождь.

II. Обстрѣлъ снарядами съ удушающими газами со стороны противника маловѣроятенъ:

1) Если вѣтеръ болѣе 3 *м.* въ секунду (качаетъ небольшіе сучья деревьевъ).

2) Если идетъ небольшой дождь, и земля сильно смочена.

3) Если наши части находятся на гребняхъ или вершинахъ холмовъ.

III. Обстрѣлъ снарядами съ удушающими газами со стороны противника вѣроятенъ:

1) Если затишье и вѣтеръ не болѣе 3 *м.* въ секунду (движетъ листья или только тонкія вѣтви деревьевъ).

2) Если наши части находятся въ лѣсу или даже въ мелкой поросли.

3) Если наши части находятся въ низинѣ.

4) Если наши части находятся въ селеніи.

5) Если наши части находятся недалеко отъ опушки большого лѣса.

56. Проф. Михельсонъ возможность и невозможность газовой атаки опредѣляетъ слѣдующими признаками.

I. Примѣненіе противникомъ удушливыхъ газовъ возможно и опасно:

1) когда дуетъ слабый ровный вѣтеръ, скоростью отъ 0,5 до 3 метровъ въ секунду (на высотѣ роста человѣка), отъ окоповъ непріятеля къ нашимъ, а также, когда такой вѣтеръ постепенно, но медленно ослабѣваетъ;

2) когда вечеромъ небо ясно и на высотѣ теплѣе, чѣмъ въ лощинахъ;

3) если днемъ дуетъ сильный вѣтеръ (болѣе 5 метровъ въ секунду) отъ противника, то это не исключаетъ возможности атаки ночью. Напротивъ, это есть тревожный признакъ, такъ какъ вѣтеръ къ вечеру

и ночью обычно ослабѣваетъ, и, если направленіе его не измѣнится, могутъ создаться условія, благопріятныя для выпусканія газовъ;

4) когда ночью въ лѣсу замѣтно теплѣе, чѣмъ въ полѣ;

5) когда кучевыя облака къ вечеру расходятся (таютъ).

II. Наоборотъ, примѣненіе удушливыхъ газовъ противникомъ невозможно или невѣроятно, когда:

1) дуетъ вѣтеръ скоростью болѣе 5 метровъ въ секунду (на высотѣ роста человѣка) какого бы то ни было направленія;

2) когда вѣтеръ дуетъ отъ насъ къ противнику;

3) когда господствуетъ затишье;

4) днемъ, когда жарко, небо ясно или покрыто отдѣльными кучевыми облаками;

5) когда идетъ дождь;

6) когда къ вечеру вѣтеръ не ослабѣваетъ или усиливается;

7) когда небо облачно и дуетъ порывистый, иногда стихающій и вновь усиливающійся вѣтеръ;

8) когда на высотахъ замѣтно холоднѣе, чѣмъ въ низинахъ и лощинахъ;

9) когда барометръ падаетъ, вѣтеръ усиливается и съ запада надвигается обширное облако съ перистыми облаками надъ нимъ.

Опытъ послѣдняго времени заставляетъ въ чисто научную формулировку вопроса внести слѣдующую практическую поправку: скорость вѣтра въ 5 и болѣе метровъ въ секунду и дождь не представляютъ полной гарантіи невозможности примѣненія врагомъ газовъ, а дѣлаютъ его лишь маловѣроятнымъ, болѣе трудно выполнимымъ и менѣе опаснымъ.

ПИСЬМО ВЪ РЕДАКЦІЮ.

Милостивый государь, г-нъ редакторъ!

Въ № 653—654 редактируемаго Вами „Вѣстника Опытной Физики и Элементарной Математики" помѣщено письмо г-на I. Чистякова, въ которомъ говорится: 1) что я не былъ въ числѣ докладчиковъ на I-омъ и II-омъ Съѣздѣ преподавателей математики, и 2) что читанныя на обоихъ съѣздахъ сообщенія и пренія по нимъ не имѣли никакого отношенія къ изданному мною сборнику задачъ.

Прошу Васъ не отказать въ любезности помѣстить нижеслѣдующее мое возраженіе фактическаго характера.

Изъ прилагаемаго при семъ письма въ нотаріальной копіи г. предсѣдателя 3-ей секціи Всероссійскаго Съѣзда преподавателей математики видно, что на Съѣздѣ былъ принятъ докладъ мой: „Тригонометрическія уравненія" („Гоніометрическія"). Слѣдовательно, въ числѣ докладчиковъ этого Съѣзда я

http://vofem.ru

числился, и упоминаемая г. I. Чистяковымъ моя книжка, содержащая (на стр. 34 — 37) часть этого доклада (стр. 7 — 14 одноименной брошюры), отношеніе къ этому съѣзду имѣетъ.

То обстоятельство, что сообщенія на II-омъ Съѣздѣ имѣли отношеніе къ той же моей книжкѣ, явствуетъ изъ сравненія мѣстъ доклада г. Л. В. Вольфке (стр. 101 — 102 № 7-го „Дневника II-го Всероссійскаго Съѣзда преподавателей математики", 1914 г.) и мѣстъ этой же моей книжки (1912 г., стр. 26 вся, стр. 48 вся, стр. 49, §§ 2 и 3, зад. 783 — 787, именно предложеннаго мною аналитическаго обоснованія правила Декарта; см. также §§ 5 и 6 моей брошюры-доклада (1913 г.): „Обоснованіе и методика тригонометріи").

П. Курилко.

ЗАДАЧИ.

Подъ редакціей проф. Е. Л. Буницкаго.

№ 363 (6 сер.). На сторонахъ AC и AB треугольника ABC построены равносторонніе треугольники и ихъ центры G_1 и G_2. Зная радіусъ R описанной около треугольника ABC окружности, положеніе ея центра O, положеніе центра G_1 и длину l отрѣзка G_1G_2, построить треугольникъ ABC.

М. Шебаршинъ (Дѣйствующая армія).

№ 364 (6 сер.). Рѣшить уравненіе

$$x^2 = a\sqrt{x^2 - b^2} + b\sqrt{x^2 - a^2}.$$

N.

№ 365 (6 сер.). Рѣшить уравненіе

$$\sqrt{7\,\mathrm{sc}^2 x + 5\,\mathrm{tg}\, x - 3} - \mathrm{tg}\, x = 3 - \sqrt{6\,\mathrm{sc}^2 x - \mathrm{tg}\, x - 11}.$$

А. Бутомо (Саратовъ).

366 (6 сер.). Найти число, въ составъ котораго входятъ лишь простые множители 2 и 5 и число всѣхъ дѣлителей квадрата котораго втрое больше числа всѣхъ дѣлителей самого искомаго числа.

R.

РѢШЕНІЯ ЗАДАЧЪ.

№ 312 (6 сер.). *Сколькими способами произведеніе* mn *неравныхъ простыхъ множителей можно разложить на* n *сомножителей, каждый изъ которыхъ разлагается на* m *простыхъ множителей?*

Такъ какъ числа, имѣющія различныя разложенія на простые множители, не равны между собою, то предложенную задачу можно формулировать такъ: сколькими способами можно расчленить mn неравныхъ простыхъ чи-

селъ (или вообще mn различныхъ элементовъ) на n группъ по m простыхъ чиселъ (или элементовъ)? Два расчлененія считаются, конечно, различными тогда и только тогда, если можетъ быть указана такая группа въ m элементовъ перваго расчлененія, которая отличается элементами отъ каждой изъ группъ по m элементовъ второго расчлененія, такъ какъ въ противномъ случаѣ въ разсматриваемой задачѣ мы получили бы два разложенія, отличающіяся лишь порядкомъ сомножителей. Такимъ образомъ, при составленіи всевозможныхъ расчлененій изъ mn различныхъ элементовъ по m элементовъ для насъ безразличенъ порядокъ n группъ по m элементовъ, а также порядокъ элементовъ въ каждой изъ этихъ группъ.

Если въ нѣкоторомъ данномъ расчлененіи mn элементовъ по m элементовъ прочесть всѣ элементы всѣхъ группъ по m элементовъ въ нѣкоторомъ опредѣленномъ порядкѣ, не нарушая, притомъ цѣльности каждой группы, то мы получимъ нѣкоторую перестановку изъ всѣхъ данныхъ mn элементовъ. Поэтому для того, чтобы составить всевозможныя расчлененія mn элементовъ на n группъ по m элементовъ, достаточно построить всевозможныя перестановки изъ всѣхъ mn элементовъ, расчленить каждую изъ перестановокъ на группы по m элементовъ и, сравнивъ между собою всѣ полученныя такимъ образомъ расчлененія, удалить изъ каждой группы тожественныхъ расчлененій (т. е. отличающихся другъ отъ друга лишь порядкомъ группъ по m элементовъ или порядкомъ элементовъ въ каждой группѣ въ m элементовъ) всѣ расчлененія, кромѣ одного; оставшіяся расчлененія и представляютъ собою всевозможныя расчлененія изъ mn элементовъ по m элементовъ.

Обозначимъ вообще число всевозможныхъ расчлененій изъ mn элементовъ на n группъ по m элементовъ черезъ $x_{n,\,m}$ (или просто черезъ x, считая, что m и n имѣютъ во всемъ разсужденіи постоянныя значенія), а самыя группы расчлененій изъ mn элементовъ по m обозначимъ черезъ $D_1, D_2, \ldots, D_{x-1}, D_x$. Если мы въ каждомъ изъ расчлененій $D_1, D_2, \ldots, D_x$ произведемъ всевозможныя перестановки группъ по m элементовъ и затѣмъ въ каждой изъ полученныхъ такимъ образомъ группъ въ mn элементовъ сдѣлаемъ всевозможныя перестановки въ каждой изъ послѣдовательныхъ n группъ по m элементовъ, то всѣ полученныя такимъ путемъ группы въ mn элементовъ представляютъ собою всевозможныя перестановки изъ mn элементовъ. Дѣйствительно, пусть намъ дана нѣкоторая перестановка изъ всѣхъ mn элементовъ, которую мы обозначимъ коротко буквой Q. Разбивъ э\ перестановку на n группъ по m элементовъ, мы получимъ нѣкоторое расчлененіе изъ mn элементовъ по m элементовъ, которое тожественно съ однимъ изъ группы всевозможныхъ расчлененій $D_1, D_2, \ldots, D_{x-1}, D_x$, — напримѣръ, съ расчлененіемъ D_k, гдѣ k есть нѣкоторое опредѣленное изъ чиселъ $1, 2, \ldots, x$. Такимъ образомъ, расчлененіе, полученное изъ перестановки Q, либо ничѣмъ не отличается отъ расчлененія D_k, либо отличается отъ него лишь порядкомъ группъ по m элементовъ или порядкомъ элементовъ въ этихъ группахъ, а потому, производя въ расчлененіи D_k всевозможныя перестановки группъ по m элементовъ и самихъ элементовъ въ каждой изъ этихъ группъ, мы получимъ п расчлененіе, выведенное непосредственно изъ перестановки Q. Отсюда слѣдуетъ, что среди группъ по mn элементовъ, полученныхъ изъ всевозможныхъ расчлененій $D_1, D_2, \ldots, D_x$ послѣ всевозможныхъ указанныхъ выше двоякаго рода перестановокъ, содержится любая напередъ данная перестановка изъ mn элементовъ. Съ другой стороны, всѣ перестановки изъ mn элементовъ, которыя даютъ расчлененія $D_1, D_2, \ldots, D_x$ послѣ двоякаго рода вышеуказанныхъ перестановокъ, отличаются одна отъ другой порядкомъ элементовъ. Въ самомъ дѣлѣ, перестановки, выведенныя изъ одного и того же расчлененія D_i путемъ всевозможныхъ перемѣщеній группъ по m элементовъ и элементовъ въ каждой изъ этихъ группъ, различны, отличаясь порядкомъ элементовъ по самому способу ихъ образованія; если же двѣ перестановки произошли изъ двухъ различныхъ расчлененій D_i и D_k, то онѣ навѣрно отличаются порядкомъ элементовъ, такъ какъ въ противномъ случаѣ отвѣчающія этимъ перестановкамъ расчлененія (получаемыя разбиваніемъ перестановки на послѣдовательныя группы по m элементовъ) были бы тожественны, а потому и тоже-

ственныя соотвѣтственно этимъ расчлененіямъ расчлененія D_i и D_k были бы также тожественны, что противно условію. Итакъ, переставивъ всевозможными способами въ каждомъ изъ расчлененій $D_1, D_2, \ldots, D_x$ группы по m элементовъ, а также и элементы въ каждой группѣ, мы получимъ всевозможныя перестановки изъ mn элементовъ. Разсмотримъ нѣкоторое опредѣленное расчлененіе D_k. Въ каждой изъ группъ по m элементовъ расчлененія D_k можно сдѣлать $m!$ перестановокъ; комбинируя всѣ эти перестановки въ n отдѣльныхъ группахъ по m элементовъ между собой, но не мѣняя пока порядка отдѣльныхъ группъ, мы получимъ $(m!)^n$ группъ по mn элементовъ, а затѣмъ, переставляя всѣми возможными способами въ каждой изъ этихъ группъ по mn элементовъ отдѣльныя группы по m элементовъ, мы получимъ изъ каждой изъ вышеупомянутыхъ $(m!)^n$ группъ по mn элементовъ $n!$ группъ по mn элементовъ, такъ какъ въ каждой изъ $(m!)^n$ группъ по mn элементовъ, полученныхъ раньше, содержится n послѣдовательныхъ группъ по m элементовъ. Поэтому любое расчлененіе D_k послѣ всѣхъ указанныхъ выше двоякаго рода перестановокъ даетъ $(m!)^n . n!$ группъ по mn элементовъ, а если подвергнуть этой операціи двоякаго рода перестановокъ всякое изъ x расчлененій $D_1, D_2, \ldots, D_x$, то получимъ всего $(m!)^n . n! x$ группъ по mn элементовъ, причемъ всѣ эти группы, какъ пояснено выше, представляютъ собою всевозможныя перестановки изъ mn элементовъ. Слѣдовательно, $(m!)^n . n! x = (mn)!$, откуда $x = \frac{(mn)!}{(m!)^n . n!}$, или же (возвращаясь къ первоначальному обозначенію числа расчлененій mn элементовъ на n группъ по m элементовъ)

$$(1) \quad x_{n,m} = \frac{(mn)!}{(m!)^n . n!}.$$

Предложенную задачу можно рѣшить еще и другимъ способомъ. Прежде всего опредѣлимъ число всѣхъ тѣхъ расчлененій изъ mn элементовъ по m элементовъ, которыя среди своихъ n группъ по m элементовъ содержатъ данную группу въ m элементовъ. Для рѣшенія этого вопроса достаточно узнать, сколькими способами къ данной группѣ въ m элементовъ можно присоединить $n-1$ группъ по m элементовъ, составленныхъ изъ остальныхъ $mn-m$ [или, $m(n-1)$ элементовъ]; другими словами, искомое число есть число расчлененій изъ $m(n-1)$ элементовъ по m элементовъ, т.-е., по принятому нами обозначенію, оно равно $x_{n-1,m}$. Теперь составимъ изъ всѣхъ mn элементовъ всевозможныя группы (т.-е. всевозможныя сочетанія) по m элементовъ, содержащія нѣкоторый данный элементъ a. Обозначимъ эти группы соотвѣтственно черезъ

$$(2) \quad R, S, T, \ldots, U.$$

Число такихъ группъ равно числу сочетаній изъ всѣхъ элементовъ, кромѣ a, т.-е. изъ $mn-1$ элементовъ, по $m-1$ элементовъ, которые надо присоединить къ a, чтобы получить группу въ m элементовъ; другими словами, число группъ $R, S, T, \ldots, U$ равно C_{mn-1}^{m-1}, если вообще черезъ C_p^q обозначать число сочетаній изъ p элементовъ по q. Разсмотримъ теперь рядъ всѣхъ расчлененій изъ mn элементовъ по m, содержащихъ среди n группъ по m элементовъ группу R, затѣмъ рядъ расчлененій, содержащихъ группу S, группу T и т. д., наконецъ, группу U. Совокупность всѣхъ этихъ рядовъ расчлененій даетъ какъ разъ всѣ различныя расчлененія изъ mn по m элементовъ. Въ самомъ дѣлѣ, всѣ полученныя такимъ образомъ расчлененія различны. Они различны по условію, если взяты изъ одного и того же ряда, а также различны и тогда, если взяты изъ двухъ разныхъ рядовъ; дѣйствительно, пусть одно расчлененіе принадлежитъ къ ряду, содержащему группу R, а другое — къ ряду, содержащему группу S; тогда группа R перваго расчлененія отличается, по условію, элементами отъ группы S второго расчлененія, а также и

отъ остальныхъ $n-1$ группъ по m элементовъ второго расчлененія, такъ какъ ни одна изъ этихъ группъ не содержитъ элемента a, а группа R содержитъ a, и такимъ образомъ два разсматриваемыя расчлененія оказываются различными. Съ другой стороны, въ совокупности рядовъ расчлененій, содержащихъ соотвѣтственно группы $R, S, \ldots, U$, встрѣчается любое данное расчлененіе. Дѣйствительно, любое данное расчлененіе содержитъ въ одной изъ n группъ по m элементовъ элементъ a, а потому оно содержитъ среди своихъ группъ по m элементовъ одну изъ группъ $R, S, \ldots, U$; слѣдовательно, данное расчлененіе встрѣчается въ соотвѣтствующемъ ряду расчлененій, содержащихъ именно эту группу. Итакъ совокупность всѣхъ рядовъ расчлененій, содержащихъ соотвѣтственно группы $R, S, \ldots, U$, даетъ какъ разъ всѣ расчлененія изъ mn элементовъ по m. Число расчлененій въ каждомъ ряду равно, какъ объяснено выше, числу $x_{n-1,\,m}$, а число рядовъ равно числу группъ (2), т.-е. C_{mn-1}^{m-1}. Поэтому число $x_{n,\,m}$ расчлененій изъ mn элементовъ по m равно $C_{mn-1}^{m-1} \cdot x_{n-1,\,m}$, т.-е.

$$(3) \quad x_{n,\,m} = C_{mn-1}^{m-1} \cdot x_{n-1,\,m}.$$

Примѣняя формулу (3) послѣдовательно къ числамъ $x_{n-1,\,m}, x_{n-2,\,m}, \ldots, x_{3,\,m}, x_{2,\,m}$ и замѣчая, что число расчлененій $x_{1,\,m}$ изъ m элементовъ по m равно единицѣ, находимъ, что

$$(4) \quad \begin{cases} x_{n-1,\,m} = C_{m(n-1)-1}^{m-1} \cdot x_{n-2,\,m}, \\ x_{n-2,\,m} = C_{m(n-2)-1}^{m-1} \cdot x_{n-3,\,m}, \\ \cdots\cdots\cdots\cdots \\ x_{3,\,m} \quad = C_{3m-1}^{m-1} \cdot x_{2,\,m}, \\ x_{2,\,m} \quad = C_{2m-1}^{m-1} \cdot x_{1,\,m}, \\ x_{1,\,m} \quad = C_{m-1}^{m-1}. \end{cases}$$

Исключивъ изъ равенствъ (3) и (4) при помощи послѣдовательной подстановки $x_{1,\,m}, x_{2,\,m}, \ldots, x_{n-1,\,m}$, находимъ, что

$$(5) \quad x_{n,\,m} = C_{mn-1}^{m-1} \cdot C_{m(n-1)-1}^{m-1} \cdot C_{m(n-2)-1}^{m-1} \cdots C_{2m-1}^{m-1} \cdot C_{m-1}^{m-1}.$$

З а м ѣ ч а н і е. Сравненіе формулъ (1) и (5) даетъ любопытное тожество

$$(6) \quad C_{mn-1}^{m-1} \cdot C_{m(n-1)-1}^{m-1} \cdots C_{2m-1}^{m-1} \cdot C_{m-1}^{m-1} = \frac{(mn)!}{(m!)^n \cdot n!}.$$

Не лишено также интереса то обстоятельство, что правая часть равенства (6) есть число цѣлое при любыхъ цѣлыхъ и положительныхъ значеніяхъ m и n.

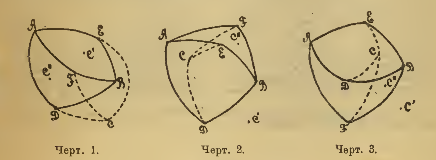
М. Шебаршинъ (Дѣйствующая армія); *В. Поповъ* (Валки); *Н. С.* (Одесса).

№ 313 (6 сер.). *Въ плоскости даны шесть точекъ* A, B, C, D, E, F. *Доказать, что нельзя соединить каждую изъ точекъ* A, B, C *съ каждой изъ точекъ* D, E, F *непрерывными линіями такъ, чтобы никакія двѣ изъ этихъ линій не пересѣкались.*

При рѣшеніи задачи мы будемъ опираться на слѣдующія дополнительныя указанія и на нѣкоторыя общеизвѣстныя предложенія.

1) Шесть давныхъ точекъ предполагаются, конечно, различными, т.-е никакія двѣ изъ этихъ точекъ не совпадаютъ. 2) Девять плоскихъ непрерывныхъ линій (1) AD, AE, AF, BD, BE, BF, CD, CE, CF, соедивяющихъ каждую изъ точекъ A, B, C съ каждой изъ точекъ D, E, F, сходятся, конечно, по три въ точкахъ A, B, C, D, E, F, и мы условимся говорить, что днѣ изъ лнній (1) не пересѣкаются, если онѣ не имѣютъ ни одной общей точки, кромѣ, быть можетъ, одной изъ вышеуказавныхъ точекъ схожденія. Такъ, напримѣръ, если линіи AD и BF не пересѣкаются, то онѣ не имѣютъ ни одной общей точки; если линіи AF и CF (AF и AD) не пересѣкаются, то овѣ не имѣютъ общихъ точекъ, кромѣ точки F (A). 3) Линія, образующая непрерывный замкнутый и не встрѣчающій самъ себя контуръ, ограничиваетъ фигуру разбивая не лежащія на контурѣ точки плоскости на два класса: классъ точекъ, лежащихъ внутри контура (внутреннія точки фигуры), и классъ точекъ лежащихъ внѣ контура (не принадлежащія фигурѣ точки). 4) Непрерывная линія, соединяющая точки, изъ которыхъ одна лежитъ внутри вышеупомянутаго непрерывнаго замкнутаго контура, а другая внѣ его, пересѣкаетъ этотъ контуръ въ нѣкоторой точкѣ. 5) Пусть данъ замкнутый непрерывный контуръ $AEBDA$, и пусть точка F, не лежащая на немъ, соединена съ точками A и B непрерывными линіями FA и FB, которыя не пересѣкаютъ замкнутаго контура (т.-е. не имѣютъ съ нимъ соотвѣтственно другихъ общихъ точекъ, кромѣ A и B). Тогда возможвы лишь слѣдующіе три случая.

a) Линія AFB проходитъ внутри фигуры $AEBDA$, дѣля ее на двѣ части $AFBDA$ и $AEBFA$ (черт. 1), и вся плоскость распадается на три части: часть внѣ фигуры $AEBDA$, фигура $AFBDA$ и фигура $AEBFA$; точки D и E лежатъ въ этомъ случаѣ соотвѣтственно внѣ фигуръ $AEBFA$ и $AFBDA$, а точка F — внутри фигуры $AEBDA$.



Черт. 1. Черт. 2. Черт. 3.

b) Линія AEB проходитъ внутри фигуры $AFBDA$, дѣля ее на части $AEBDA$ и $AEBFA$ (черт. 2), и вся плоскость распадается на три части: часть внѣ фигуры $AFBDA$, фигура $AEBDA$ и фигура $AEBFA$; точки D и F лежатъ соотвѣтственно внѣ фигуръ $AEBFA$ и $AEBDA$, а точка E — внутри фигуры $AFBDA$.

c) Линія ADB проходитъ внутри фигуры $AEBFA$, дѣля ее на части $AFBDA$ и $AEBDA$ (черт. 3), и вся плоскость распадается на три части: часть внѣ фигуры $AEBFA$, фигура $AFBDA$ и фигура $AEBDA$; точки E и F лежатъ соотвѣтственно внѣ фигуръ $AFBDA$ и $AEBDA$, а точка D — внутри фигуры $AEBFA$ *).

*) Если обосновать точно понятія о непрерывной линіи, о замкнутой линіи и о точкахъ лежащихъ внутри и внѣ замкнутой линіи, то предложенія 3), 4), 5) можно доказать вполнѣ строго. См., напримѣръ, Jordan, «Cours d'analyse», 1899, стр. 90 — 100, §§ 96 — 105.

Допустимъ теперь, что шесть первыхъ непрерывныхъ линій изъ девяти линій (1) уже проведены такъ, что онѣ не пересѣкаются *) въ томъ смыслѣ, какъ это разъяснено въ указаніи 2), и докажемъ, что одна изъ трехъ остальныхъ непрерывныхъ линій CD, CE, CF пересѣкаетъ одну изъ шести вышеупомянутыхъ линій; этого достаточно для рѣшенія предложенной задачи. Непрерывныя линіи AE, BE, BD, AD образуютъ непрерывный, замкнутый и не пересѣкающій самъ себя [см. 2)] контуръ $AEBDA$. Точка F не лежитъ на этомъ контурѣ, такъ какъ непрерывныя линіи FA и FB не пересѣкаютъ его [см. 2)] въ принятомъ нами смыслѣ слова. Поэтому шесть линій

(2) AE, BE, BD, AD, FA, FB

должны принять одно изъ трехъ единственно возможныхъ расположеній, указанныхъ въ случаяхъ a), b), c) предложенія 5). Пусть, напримѣръ, эти линіи расположились такъ, какъ это указано въ случаѣ a) (черт. 1). Линіи (2) дѣлятъ всю плоскость на три части, и точка C, не находясь ни на одной изъ этихъ линій [см. 2)], лежитъ [5) a)] или внѣ фигуры $AEBDA$, или внутри фигуры $AEBFA$, или внутри фигуры $AFBDA$; этимъ тремъ положеніямъ соотвѣтствуютъ точки C, C', C'' чертежа 1. Если точка C лежитъ внѣ фигуры $AEBDA$, то она можетъ быть, конечно **), соединена съ точками D и E непрерывными линіями CD и CE, которыя не пересѣкаютъ въ принятомъ нами смыслѣ ни одной изъ линій (2). Но непрерывная линія CF непремѣнно пересѣчетъ контуръ $AEBDA$, а потому пересѣчетъ и одну, по крайней мѣрѣ, изъ линій AE, BE. BD, AD, образующихъ этотъ контуръ, такъ какъ [см. 4)] точка C лежитъ внѣ фигуры $AEBDA$, а точка F [5) a)] внутри ея. Если точка C лежитъ внутри фигуры $AEBFA$, занимая напримѣръ, положеніе C' (черт. 1), то изъ трехъ непрерывныхъ линій $C'D$, $C'E$, $C'F$ линія $C'D$ навѣрно пересѣкаетъ одну изъ линій AE, BE, AF, BF [см. 4)], такъ какъ точка D [5) a)] лежитъ внѣ фигуры $AEBFA$. Точно такъ же, если точка C занимаетъ положеніе C'' внутри фигуры $AFBDA$, то [см. 4), 5) a)] изъ трехъ непрерывныхъ линій $C''D$, $C''E$, $C''F$, — такъ какъ точка E лежитъ внѣ фигуры $AFBDA$, — линія $C''E$ пересѣчетъ одну изъ четырехъ линій AD, BD, AF, BF. Подобнымъ же образомъ съ помощью предложеній 4) и 5) [случаи b) и c)]; можно доказать теорему и при тѣхъ расположеніяхъ линій (2), которыя указаны на чертежахъ 2 и 3; по сравненію съ только-что разсмотрѣннымъ случаемъ въ этихъ двухъ новыхъ случаяхъ лишь обмѣниваются ролями точки F, E и D.

Г. Михневичъ (Одесса); *В. Абрамовъ* (Одесса); *М. Шебаршинъ* (Дѣйствующая армія); *В. Поповъ* (Валки).

---

*) Можно доказать точно, что такія шесть не пересѣкающихся линій дѣйствительно можно построить, слѣдуя пути, намѣченному въ выноскѣ на стр. 263.

**) И это легко оправдываемое на чертежѣ допущеніе можно доказать строго.

Редакторъ прив.-доц. В. Ф. Каганъ. **Издатель В. А. Гернетъ.**

Типографія „Техникъ"—Одесса, Екатерининская, 58.